

Introduktionsguide GeoGebra gy

GeoGebra 

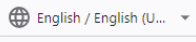
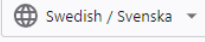
Innehåll

Introduktion.....	1
GeoGebra-fönster.....	2
Olika fönster	2
Geometriska konstruktioner	3
Punkter, linjer och sträckor	3
Trianglar.....	4
Randvinkelsatsen.....	6
Koordinatsystem och funktioner.....	7
Linjära funktioner	8
Funktioner och derivata	9
Det magiska talet e	10
Trigonometriska funktioner	11
Kalkylblad	12
Regression	12
Kast med två tärningar	13
Lathund.....	14
Flyttaverktyget:	14
Ångra inmatning:.....	14
Rensa skärmen:	14
Öppna nytt fönster:.....	14
Spara GeoGebra-fil:	14
Visa/dölj fönster:	14
Ändra antal decimaler:	14
Återställ standardinställningar:	14

Introduktion

Denna introduktionsguide riktar sig till dig som vill börja bekanta dig med GeoGebra. Vi har valt ut några funktioner som kan vara lämpliga att starta med.

På hemsidan www.geogebra.org kan du välja om du vill ladda ned programmet eller köra en web-version. Se gärna till att ställa in språket på svenska (om det inte redan är det):

- Klicka på  (längst ned på sidan) och välj 

Vi kommer att använda web-versionen av *GeoGebra Classic* (www.geogebra.org/classic). Utseendet kan variera något beroende på vilken webbläsare som används.

Vi rekommenderar dig att gå igenom guiden i den följd som den presenteras i eftersom instruktioner i de tidigare delarna kan komma att behövas i senare delar.

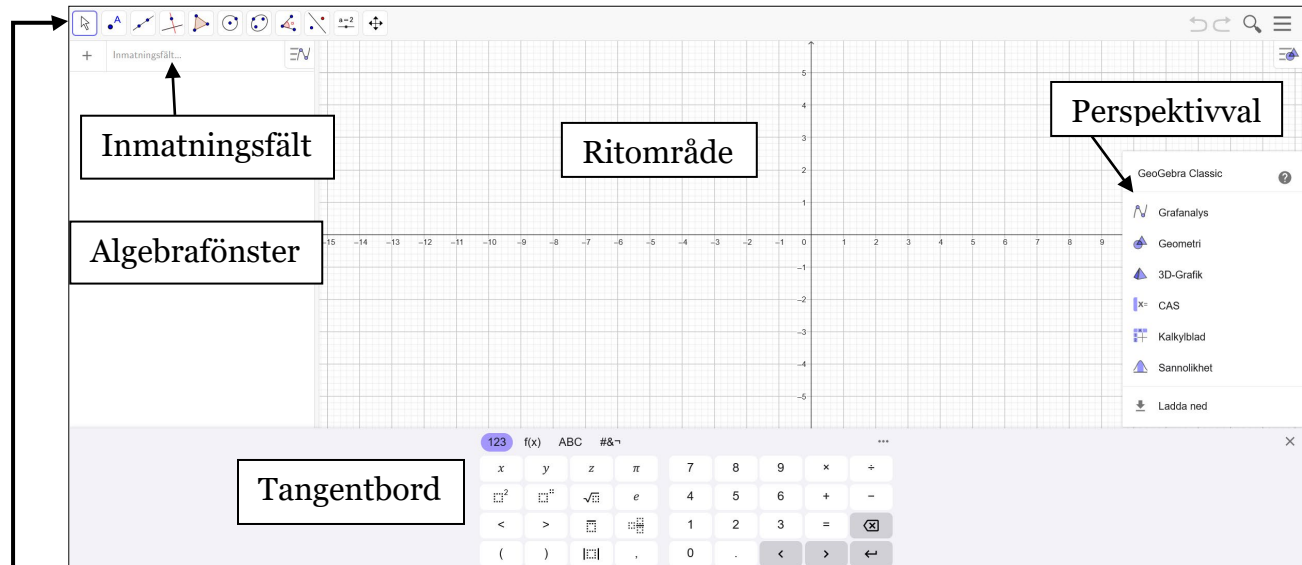
Vi har samlat några användbara verktyg/funktioner i en Lathund på slutet.

Om du vill lära dig fler verktyg i GeoGebra så rekommenderar vi guiden *Learn GeoGebra Classic* (<https://www.geogebra.org/m/XUv5mXTm>), skapat av *GeoGebra Team*.

GeoGebra-fönster

Gå in på sidan www.geogebra.org/classic.

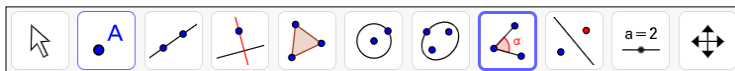
Nu öppnas följande standardfönster:



I denna standardvy visas ett **Algebrafönster** med **Inmatningsfält**, ett **Ritområde**, en ruta för val av **Perspektiv** samt ett **Tangentbord**.

Perspektivrutan och tangentbordet försvinner automatiskt (men kan tas fram vid behov).

Överst i fönstret finns en **Verktygsrad**:





Under varje Verktyg i verktygsraden finns en lista med ytterligare verktyg, som syns när man klickar på respektive Verktygsruta:

OBS! När du klickar på ett verktyg visas en hjälpruta nere i vänstra hörnet med instruktioner om hur verktyget används.





Olika fönster

Genom att trycka på de tre vågräta strecken i övre högra hörnet:  visas en meny där du kan välja  **Visa** för att öppna ytterligare fönster. Bland annat finns här **Kalkylblad**, **CAS** och ytterligare ritområden: **Ritområde 2** samt **Ritområde 3D** som kan bockas i vid behov.


Geometriska konstruktioner

I denna del kommer du endast att arbeta med **geometriska** konstruktioner och behöver därför inte ha koordinatsystem (och rutnät).


- Ta bort koordinatsystem samt rutnät genom att:
 - högerklicka någonstans i Ritområdet och avmarkera:  Visa axlar
 - markera **Inget rutnät** under fliken  Visa rutnät





Punkter, linjer och sträckor

Börja med att undersöka hur punkter kan konstrueras i GeoGebra.



- Lägg in en punkt A i Ritområdet genom att:
 - klicka på punktverktyget 
 - klicka därefter någonstans i Ritområdet

OBS! För att kunna flytta punkten måste du först klicka på flyttaverktyget .

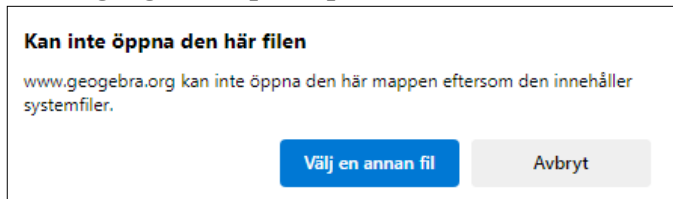
Tips! Om du vill ångra en inmatning, klicka på  uppe i högra hörnet.

- Lägg in ytterligare en punkt, B , i Ritområdet.
- Konstruera "Mittpunkten" till punkterna A och B genom att:
 - klicka på mittpunktverktyget:  (som finns under )
 - klicka därefter på punkterna A och B
- Flytta punkterna A och B och observera hur mittpunkten (punkt C) följer med. Notera även att C inte är direkt flyttbar.
- Högerklicka på punkten B och markera . Gör på samma sätt med punkten C .
- Rita en frihandsfigur genom att flytta runt punkten B (glöm inte att först markera ).


Tips: "Ctrl + F" raderar spår.

- Innan du går vidare kan du välja att spara GeoGebra-filen genom att:
 - klicka på  och välja  Arkiv
 - klicka därefter på  Spara lokalt

OBS! I några webbläsare (t.ex. Edge, Chrome) kan följande felmeddelande dyka upp första gången du sparar på din dator:






Om detta händer så gör du följande:

- klicka på  **Ladda ned som...** och välj **GeoGebrafil (.ggb)**

Nu finns filen under "Downloads" på din dator.




För att sedan öppna filen behöver du först öppna GeoGebra och därefter:

- klicka på  och välja  **Öppna**
- klicka på  **LOKAL FIL** uppe i vänstra hörnet och leta upp filen

- **Rensa skärmen** genom att:

- markera allt på skärmen genom att hålla nere knapparna "Ctrl + A"
- tryck därefter på "Delete"-knappen


- Linjer och sträckor konstrueras med följande verktyg:

- linje genom att klicka på  och sträcka genom att klicka på  (finns under )
- klicka därefter någonstans i ritområdet för att markera första punkten och klicka sedan någonstans för att markera den andra punkten.

Testa hur verktygen för linje respektive sträcka fungerar genom att flytta någon av punkterna! Rensa därefter skärmen.






Trianglar

- Konstruera en triangel genom att:

- klicka på polygonverktyget 
- klicka därefter någonstans i Ritområdet för att markera första punkten, därefter markeras de övriga punkterna (triangelns hörn) valfritt i Ritområdet
- avsluta genom att klicka i den första punkten

- Prova att flytta något av triangelns hörn (glöm inte ).




Tips! Det går även att flytta hela triangeln. Testa!

- Det går att mäta triangelns samtliga vinklar på en gång genom att:
 - klicka på  och därefter på triangeln
- Ändra antalet decimaler till noll genom att:
 - klicka på  och välj  Inställningar
 - ändra antalet till 0 decimaler
 - stäng därefter det nya fönstret genom att klicka på  (i övre högra hörnet)
- Beräkna triangelns vinkelsumma. Detta kan göras med det dolda tangentbordet genom att:
 - klicka i Inmatningsfältet (i Algebrafönstret) och därefter på  så att tangentbordet visas
 - klicka först på ABC och därefter på $\alpha\beta\gamma$ (nere till vänster)
 - mata in $\alpha + \beta + \gamma$ i Inmatningsfältet och tryck Enter




$$\begin{aligned} \delta &= \alpha + \beta + \gamma \\ &= 180^\circ \end{aligned}$$

Notera nu att vinkelsumman finns i algebrafönstret:






Tips! Du kan använda ditt eget tangentbord för att mata in "+" och på vissa tangentbord även använda "Alt+A" för att få α , "Alt+B" för att få β och "Alt+G" för att få γ .

- Dra i hörnen på triangeln och se hur de olika vinklarna ändras, samtidigt som vinkelsumman är konstant.
- Lägg in en **dynamisk text** i ritområdet genom att:
 - klicka på ABC Text (som finns under )
 - klicka någonstans i ritområdet där du vill att texten ska finnas och skriv in "Triangelns vinkelsumma är"
 - klicka på  Avancerat (under textrutan) och markera därefter 
 - klicka på α och skriv därefter "+" och fortsätt så att det står "Triangelns vinkelsumma är $\alpha + \beta + \gamma = \delta$ ". Klicka på OK
- Testa konstruktionen genom att dra i olika hörn.






Tips! Storlek och färg på texten kan ändras genom att:

- klicka på texten och därefter på  uppe i högra hörnet.
- välj storlek under  och färg under 





Randvinkelsatsen

- Öppna **nytt fönster** (utan koordinataxlarna och rutnätet).
 - Konstruera en cirkel genom att:
 - klicka på verktyget 
 - klicka därefter någonstans i Ritområdet för att först markera cirkelns medelpunkt och därefter en punkt på cirkelns periferi
 - Prova att flytta hela cirkeln genom att:
 - klicka på flyttaverktyget 
 - klicka på cirkelns periferi och ”dra”
 - Prova att ändra cirkelns storlek (genom att dra i cirkelns periferipunkt).
 - När du har skapat en cirkel med en storlek och placering som du är nöjd med kan du ta bort överflödigt information genom att:
 - dölja periferipunkten B genom att avmarkera den i Algebrafönstret ().
 - dölja namnet på cirkeln genom att högerklicka på den och avmarkera:
AA Visa etikett.
 - Ändra namnet på cirkelns mittpunkt till M genom att högerklicka på den och därefter välja  Ge nytt namn .
 - Skapa 3 punkter, A , C och D , på cirkeln genom att:
 - klicka på punktverktyget  och därefter på cirkeln
- OBS!** se till att punkterna ”fäster” vid cirkeln.




Tips! För att slippa att det skrivs ut etiketter på sträckorna kan du välja att:

- klicka på  **Inställningar** (under ) och ändra Namn på objekt till Inga nya objekt
- Stäng därefter det nya fönstret genom att klicka på \times (i övre högra hörnet).
- Skapa sträckorna AM , MD , AC samt CD genom att:
 - klicka på  (som finns under )
 - klicka därefter på 2 punkter i taget för att skapa de 4 sträckorna
 - Mät randvinkel och medelpunktsvinkel genom att:
 - klicka på mätverktyget 
 - klicka därefter på 3 punkter eller 2 sträckor
- OBS!** Ordningen man väljer att markera punkter eller linjer på har betydelse för vilken vinkel man får – undersök!
- Dra i punkten C respektive D och observera vad som händer med vinklarna.
 - Beräkna kvoten mellan medelpunktsvinkeln och randvinkeln genom att mata in i Inmatningsfältet: β/α (eller α/β).
 - Dra i punkten D och observera vad som händer med kvoten.





Koordinatsystem och funktioner

- Öppna **nytt fönster** och välj perspektivet  **Grafanalys**.
- Flytta på koordinatsystemet genom att:
 - klicka någonstans i Ritområdet () och dra!
- Det går att ändra inställningen på rutnätet så att färre linjer visas genom att:
 - högerklicka någonstans i Ritområdet
 - klicka på  **Visa rutnät** och därefter välja **Enbart första nivåns linjer**
- Lägg in en punkt i koordinatsystemet. Vi har tidigare sett hur detta kan göras med punktverktyget. Ett annat sätt att lägga in punkter på är genom att skriva in punktens koordinater, t.ex. (1,2), i Inmatningsfältet. Testa!
- Flytta punkten (markera först ) och studera hur punktens koordinater ändras i Algebrafönstret (till vänster).

Tips! Det finns möjlighet att välja att punkten endast fäster i rutnätet.

- Detta görs genom att:
 - klicka någonstans i Ritområdet så att punkten avmarkeras
 - klicka på  uppe i högra hörnet
 - klicka på  och välj **Låst till rutnätet**
- Prova att dra i punkten () och notera hur den "hoppas" mellan rutnätets skärningspunkter.
- Undersök hur man kan ändra egenskaper hos punkten genom att:
 - markera punkten (genom att klicka på den)


I övre högra hörnet visas nu:

 - Byt färg genom att klicka här  och välj färg!
 - Ändra form och storlek på punkten genom att först klicka på .
 - Genom att markera  och därefter välja "Namn och värde" eller "Värde", får man punktens koordinater utskrivna (även i Ritområdet).
- Innan du går vidare kan du rensa skärmen ("Ctrl + A" och "Delete") samt återställa standardinställningarna genom att:
 - klicka på  och välj  **Inställningar**
 - klicka på **ÅTERSTÄLL**











Linjära funktioner

Du ska nu undersöka hur glidare kan användas för att studera hur grafen till den linjära funktionen $f(x) = kx + m$ ändras för olika värden på parametrarna k och m .



- Öppna **nytt fönster** (med koordinataxlar och rutnät).
- Mata in $kx + m$ i Inmatningsfältet och tryck Enter.

Notera hur 2 glidare automatiskt skapas i Algebrafönstret. Genom att klicka på  kan glidarna göras synliga även i Ritområdet.

Tips! Det är möjligt att ändra inställningarna på glidarna genom att:

- klicka på  (till höger om respektive glidare) och välj **Inställningar**
OBS! Om de tre prickarna inte syns kan du först klicka ovanför glidaren
- i det nya fönstret (till höger), välj **Glidare**
- ändra de förinställda värdena på "Min" och "Max" till önskade värden och fyll i önskad "Steglängd"
- stäng det nya fönstret genom att klicka på  (i övre högra hörnet)
- Flytta ( eller ) gärna koordinatsystemet, så att origo blir mer centrerat.
- Dra i glidarna (markera först ) och undersök hur de olika parametrarna k och m påverkar grafens utseende. Observera samtidigt hur det algebraiska uttrycket ändras i Algebrafönstret.
- Lägg in en punkt någonstans på grafen genom att:
 - Klicka på punktverktyget  och därefter någonstans på grafen.
OBS! se till att punkten "fäster" vid grafen.
- Ändra så att punktens koordinater skrivs ut bredvid punkten genom att:
 - markera punkten (glöm inte )
 - klicka därefter på  i övre högra hörnetI övre högra hörnet visas nu: 
- markera  och välj "Värde"
- Dra punkten längs grafen och studera samtidigt hur punktens koordinater ändras.

Tips! När man studerar funktioner är det viktigt att kunna justera skalan på koordinataxlarna. Detta kan göras genom att:

- klicka på  eller  och zooma in/ut genom att scrolla

Ibland är det önskvärt att endast ändra skalan på en utav axlarna. Detta görs genom att:

- klicka på  och peka på en av koordinataxlarna så att \Leftrightarrow visas
- dra i axeln

Tips! Funktionsformeln (som finns i Algebrafönstret) kan kopieras in i koordinatsystemet genom att klicka på den och ”dra” den in i Ritområdet. Om formeln inte hamnar där du önskar är det lätt att dra den till rätt ställe.

Funktioner och derivata

Du ska här undersöka hur *glidaren* kan användas för att studera hur grafen till tredjegradsfunktionen $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ ändras för olika värden på parametrarna a , b , c och d .

- Öppna **nytt fönster** (med koordinataxlar och rutnät).
- Mata in $ax^3 + bx^2 + cx + d$ i inmatningsfältet.

OBS! Potenser skrivs in som till exempel x^2 . Efter att en exponent matats in, tryck pil höger (på tangentbordet)!

Notera hur 4 glidare automatiskt skapas i Algebrafönstret. Genom att klicka på \circ , kan man få glidaren synlig även i Ritområdet.

- Dra i glidarna, och undersök hur de olika parametrarna a , b , c och d påverkar grafens utseende. Observera samtidigt hur det algebraiska uttrycket ändras.



Du skall nu studera derivatan till funktionen $f(x) = x^3 + 3x^2 - 1$.




- Ställ in glidarna så att grafen till funktionen $f(x) = x^3 + 3x^2 - 1$ visas.
- Lägg in en punkt A någonstans på grafen genom att:

- klicka på punktverktyget  och markera därefter grafen.


OBS! se till att punkten ”fäster” vid grafen.

- Lägg in en **tangent** till grafen i punkten A genom att:

- klicka på tangentverktyget  (under )
- klicka på punkten och sedan på grafen

- Flytta (markera först ) punkten A och notera hur tangenten ändras.
- Mät tangentens lutning genom att:
 - klicka på verktyget för lutning  (under ) och därefter på tangenten
- Genom att flytta punkten A flyttas även tangenten och man kan studera hur dess lutning, dvs. funktionens derivata, ändras.
- För att studera funktionens derivata läggs en ny punkt B in, med samma x -koordinat som punkten A men med tangentens lutning k som y -koordinat, genom att:
 - skriva i inmatningsfältet: $B = (x(A), k)$
- Flytta punkten A och studera samtidigt hur punkten B rör sig.
- Högerklicka på punkten B och markera "Visa spår". Nu kommer punkten att lämna spår efter sig då A förflyttas och vi får funktionens derivata uppritad!
- Derivatans till funktionen kan även ritas upp genom att skriva $f'(x)$ i inmatningsfältet.


Det magiska talet e


- Öppna **nytt fönster** (med koordinataxlar och rutnät)
- Mata in funktionen $f(x) = C \cdot a^x$ i inmatningsfältet.
Nu har det även skapats två glidare, C och a , i algebrafönstret.
- Ändra inställningarna på glidarna genom att:
 - klicka på  (till höger om respektive glidare) och välj "Inställningar"
 - i det nya fönstret till höger, välj "Glidare"
 - ändra "Min" och "Max" samt fyll i "Steglängd" enligt följande:

Glidare C	Glidare a
Min	Min
0	1
Max	Max
100	5
Steglängd	Steglängd
5	0.1

OBS! Som decimalkomma används punkt!


Stäng det nya fönstret genom att klicka på  (i övre högra hörnet).

- Flytta koordinatsystemet och ändra skala på axlarna vid behov.
- Undersök hur de båda parametrarna påverkar grafens utseende.
- Testa att sätta spår på grafen genom att:
 - högerklicka på den och markera  Visa spår

Nu skapas det spår av de ”gamla” graferna när värdet på en parameter ändras.
- Avmarkera  Visa spår och ta bort gamla spår med ”Ctrl + F”.
- Ta fram funktionens derivata genom att skriva in f' i inmatningsfältet.
- Undersök för vilket värde på a som de båda graferna sammanfaller.

Trigonometriska funktioner



Du ska nu använda *GeoGebra* för att rita funktionen $y = \sin x$, både då x anges i radianer och i grader.



- Öppna **nytt fönster** (med koordinataxlar och rutnät).
- Skriv in $f(x) = \sin(x)$ i inmatningsfältet.
- Gradera x -axeln i *radianer* genom att:
 - högerklicka någonstans i Ritområdet och välj  Ritområde ...
 - under fliken **xAxeln**, markera **Avstånd** och välj $\pi/2$ som enhet

Stäng det nya fönstret genom att klicka på \times (i övre högra hörnet).

Om du istället vill ha vinkeln x i *grader* blir det lite annorlunda:

- Öppna **nytt fönster** (med koordinataxlar och rutnät).
- Skriv in $f(x) = \sin(x^\circ)$ i inmatningsfältet.

Tips! Tecknet för grader ($^\circ$) finns under fliken ”f(x)”:  i det dolda tangentbordets meny. Tangentbordet tas fram genom att klicka på  längst ned till vänster.


- Gradera x -axeln i *grader* genom att:
 - högerklicka någonstans i Ritområdet och välj  Ritområde ...
 - under fliken ”xAxeln”, markera ”Avstånd” och skriva in 60
 - som ”Enhet” välja grader ($^\circ$).
- Nu kan x -axeln behöva justeras. Markera först  och ”dra” därefter i axeln.

Kalkylblad




Nedan följer två exempel på hur kalkylbladet kan användas.

Regression

Nedan följer ett exempel på hur en tabell i kalkylbladet kan läggas in som punkter i Ritområdet och hur det sedan är möjligt att anpassa en funktion (t.ex. ett andragradspolynom) utifrån dessa punkter.





- Öppna nytt fönster och välj perspektivet  Kalkylblad.
- Fyll i cellerna A1 – B3 på följande sätt:



	A	B
1	1	3
2	3	6
3	5	5




- Markera cellerna A1-B3, högerklicka och välj  Skapa och därefter Lista med punkter.
- Öppna Algebrafönstret genom att klicka på  Visa (under ) och markera Algebrafönster.
- I Algebrafönstret finns nu en lista (l_1) som består av tre punkter: (1, 3), (3, 6) och (5, 5). Dessutom kan man nu se punkterna i Ritområdet (eventuellt kan koordinatsystemet behöva flyttas).
- Skriv in "reg" i inmatningsfältet och välj:
`RegressionPoly(<Lista med punkter>, <Polynomgrad>)`
- Skriv in `RegressionPoly(l1, 2)` i inmatningsfältet för att anpassa punkterna till ett andragradspolynom. **OBS!** liten bokstav för L
- Lägg in andragradspolynomets formel, som nu finns i Algebrafönstret, i Ritområdet genom att markera formeln och "dra" den till ritområdet.
- Ändra något värde i tabellen och studera hur motsvarande punkt flyttas, hur grafen anpassas, hur punkten ändras i lista 1 (l_1) i Algebrafönstret och hur funktionsformeln ändras.
- Dra i någon av punkterna och studera hur motsvarande värden ändras i tabellen, hur grafen anpassas, hur punkten ändras i lista 1 (l_1) i algebrafönstret och hur funktionsformeln ändras.

Kast med två tärningar

Du ska nu använda kalkylbladet i GeoGebra för att simulera kast med två tärningar.

- Öppna nytt fönster och välj perspektivet  Kalkylblad.
- Skriv in: $\text{SlumptalMellan}(1,6)$ i cell A1 och tryck enter.
- Markera valfri cell och tryck på F9 (eller fn+F9) för att skapa ett nytt slumptal i cell A1.
- Markera cell A1 och dra den lilla kvadraten i det nedre högra hörnet  till cell B1. 
- Skriv in: $=A1+B1$ i cell C1 och tryck enter. Observera hur summan av de båda slumptalen fås i cell C1.
- Markera valfri cell och tryck F9 (eller fn+F9). Observera hur det skapas nya slumptal i cellerna A1 och B1 och hur summan i cell C1 uppdateras.
- Markera cellerna A1-C1 och dra den lilla kvadraten i det nedre högra hörnet av cell C1 nedåt hela vägen till cell C100. I cellerna C1-C100 har vi nu fått motsvarigheten till 100 kast med två tärningar.
- Markera kolumn C och välj därefter  (Envariabelanalys).
- Ändra från **Histogram** till **Stolpdiagram**.

Tips! Det går att ändra bredden på stolparna genom att klicka på  (ovanför stolpdiagrammet), avmarkera "Autoskala" och ändra Bredden, exempelvis till 0.2. Stäng fönstret genom att klicka på .


- Ta fram ett nytt stolpdiagram genom att markera valfri cell i kalkylbladet och tryck på F9 (eller fn+F9).
- Genom att trycka på  (uppe till höger) fås ett antal statistiska mått.
- Ta fram en frekvenstabell genom att trycka på  och markera Frekvenstabell. Stäng fönstret genom att klicka på .

Lathund

Nedan finns några av de verktyg/funktioner som ofta används.

Flyttaverktyget: 

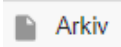

Glöm inte att först klicka på flyttaverktyget för att kunna flytta/justera ett objekt!

Ångra inmatning:  (uppe i högra hörnet)


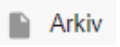

Rensa skärmen:

- Markera allt på skärmen genom att hålla nere knapparna "Ctrl + A"
- Tryck därefter på "Delete"-knappen


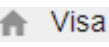
Öppna nytt fönster:

- Klicka på  (under ) , välj + Spara och börja om och därefter SLÄNG


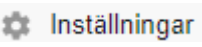

Spara GeoGebra-fil:

- Klicka på  och välj 
- Klicka därefter på  Spara lokalt

Visa/dölj fönster:

- Klicka på  och välj 
- Markera/avmarkera

Ändra antal decimaler:

- Klicka på  och välj 
- Ändra till valfritt antal decimaler
- Stäng därefter det nya fönstret genom att klicka på  (i övre högra hörnet)

Återställ standardinställningar:

- Klicka på  och välj 
- Klicka på ÅTERSTÄLL