






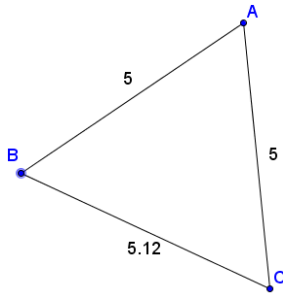
Utforskande aktivitet med GeoGebra¹

Gå in på www.geogebra.org/classic.



 Börja med att dölja koordinatsystem och rutnät genom att:


- Klicka på  (högst uppe i högra hörnet) och därefter på  samt på  (under ).







Konstruera en likbent triangel ABC där sträckorna AB respektive AC har längden 5 såsom figuren nedan visar.






Detta görs genom att:


 Lägga in en punkt A med hjälp av punktverktyget .

 Konstruera en sträcka AB med längden 5:

- Välj verktyget "Sträcka med bestämd längd":  (som finns under ) och klicka därefter på punkten A .
- Mata in värdet 5 på sträckan AB och tryck OK.
- För att få längden på sträckan utskriven, markera sträckan (OBS! markera först ) och klicka därefter på:  (uppe i högra hörnet). Markera "värde" under .
- Flytta punkten B . **OBS!** För att kunna flytta punkten måste man först klicka på: .

 Konstruera på samma sätt en sträcka AC med samma längd och flytta punkten C .

 Förbind punkterna B och C med en sträcka med verktyget  (under .



 Dra i punkten B (eller C) så att sidan BC ändras. **OBS!** Se till att värdet på sidan skrivs ut.

¹ Idén till aktiviteten är hämtad från *Computer Mediated Learning: An example of an Approach* (A. Arcavi and N. Hadas, 2000)




Uppgift 1. Studera hur arean varierar som funktion av längden på sidan BC

När längden på sidan BC ändras, så ändras naturligtvis även triangelns area. Frågan är *hur* arean varierar som en funktion av längden på sidan BC .




Du ska först gissa hur sambandet ser ut genom att skissa motsvarande graf. För att kunna göra detta behöver du öppna ytterligare ett Ritområde:

🖥️ Klicka på  (högst uppe i högra hörnet), välj  Visa och markera Ritområde 2.

Nu kan följande justeringar behöva göras:

- Justera bredden på Algebrafönstret eller något Ritområde.
- Flytta triangeln ABC i det vänstra Ritområdet. OBS! markera först !
- Flytta hela koordinatsystemet i det högra Ritområdet genom att markera  och sedan dra i det.
- Eventuellt kan rutnätet tas fram ().

🖥️ Gör en grov skiss i koordinatsystemet av hur du tror att triangelns area varierar med längden på sidan BC genom att:


- Börja med att ställa in axlarna på lämpligt vis genom att markera  och därefter ”dra” i dem.
- Skissa grafen med pennverktyget  (under ).

Du ska nu jämföra vår gissning med den korrekta grafen. För att göra detta behöver du i det *vänstra* Ritområdet skapa en triangel ABC .

🖥️ För att inte namn på olika objekt som skapas ska skrivas ut görs följande inställning:

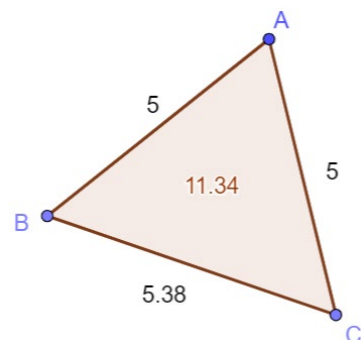
- Vid **Namn på objekt:**, välj **Inga nya objekt**
- Stäng det nya fönstret genom att klicka på **×** (i övre högra hörnet).

🖥️ Skapa en triangel ABC genom att:





- Klicka på polygonverktyget:  och välj polygon.
- Klicka därefter på punkterna A , B och C .
- Avsluta genom att klicka i den första punkten!

🖥️ För att få polygonens area utskrivna gör man på motsvarande sätt som när värdena på sidornas längder skrevs ut.

OBS! Glöm inte att först klicka på !






I Ritområde 2 (med koordinatsystemet):


-  Klicka någonstans i Ritområde 2.
-  Lägg in en punkt D med längden av BC som x -koordinat och triangelns area som y -koordinat genom att mata in $D = (\text{Sträcka}(B, C), \text{Polygon}(A, B, C))$ i inmatningsfältet som finns i algebrafönstret till vänster.
-  Dra i punkten C och studera hur punkten D rör sig.
-  Sätt spår på punkten D genom att högerklicka på punkten och välja "Visa spår". Dra i punkten C , så att funktionsgrafen växer fram.

Jämför din skissade graf med spåret efter punkten D . Reflektera kring likheter och skillnader t.ex. när det gäller definitionsmängd, värdemängd och maximipunkt.












Härled en formel för funktionen:

-  Markera "Ritområde 2" och mata in formeln i inmatningsfältet till vänster.
Jämför denna graf med spåret! Om grafen inte stämmer överens med spåret, gör ett nytt försök att hitta rätt formel.
-  Innan ni går vidare till nästa uppgift, dölj punkten D , funktionsformeln samt din skiss ("penndraget"). Detta görs genom att "bollarna" (●) som finns framför dessa objekt i Algebrafönstret avmarkeras.
-  Spår tas bort genom "Ctrl" + "F".




Uppgift 2. Studera hur arean varierar som funktion av höjden mot sidan BC .

-  Gör en grov skiss (med pennverktyget) i koordinatsystemet av hur du tror att triangelns area varierar som funktion av höjden mot sidan BC . Gradera axlarna på lämpligt vis.

Du ska nu jämföra din gissning med den korrekta grafen. För att göra detta behöver du i det *vänstra* Ritområdet konstruera höjden mot sidan BC genom att:


-  Konstruera en linje genom punkterna B och C ().
-  Konstruera en linje genom punkt A , vinkelrät mot **linjen** genom B och C ().
-  Konstruera skärningspunkten ( under ) mellan den vinkelräta linjen och linjen genom B och C .
-  Konstruera en sträcka () mellan punkten A och den nya punkten. Detta är triangelns höjd. Ändra gärna så att värdet på höjden skrivs ut.
-  Dölj () den vinkelräta linjen, linjen mellan punkterna B och C samt skärningspunkten.

I det *högra* Ritområdet:

-  Klicka någonstans i Ritområde 2.
-  Lägg in en punkt F med höjden AE som x -koordinat och triangelns area som y -koordinat genom att mata in i inmatningsfältet $F = (\text{Sträcka}(A, E), \text{Polygon}(A, B, C))$.
-  Dra i punkten C och studera hur punkten F rör sig. Sätt spår på punkten!

Jämför din skissade graf med spåret efter punkten F . Reflektera kring likheter och skillnader.

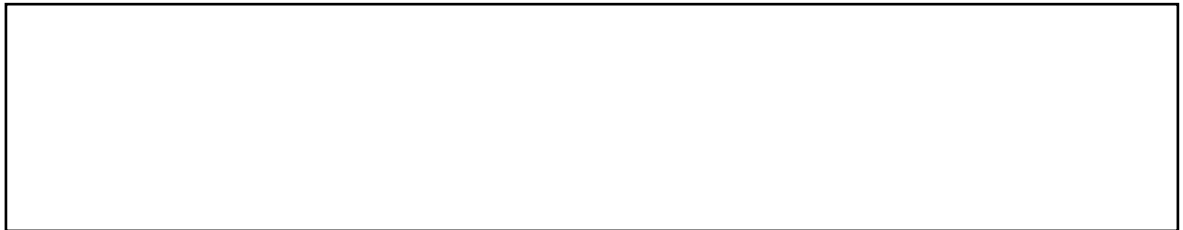


-  Innan ni går vidare till nästa uppgift, dölj punkten F och din skiss ("penndraget") samt ta bort spåret!

Uppgift 3. Studera hur arean varierar som funktion av vinkeln BAC

- 🖨 Gör en grov skiss (med pennverktyget) av hur du tror att triangelns area varierar som funktion av vinkeln BAC . OBS! vinkeln mäts i **radianer**. Gradera axlarna på lämpligt vis.
- 🖨 Du ska nu jämföra din gissning med den korrekta grafen genom att:
 - Klicka någonstans i Ritområde 2.
 - Lägg in en punkt G med vinkeln BAC som x -koordinat och triangelns area som y -koordinat genom att mata in i inmatningsfältet $G = (\text{Vinkel}(B, A, C), \text{Polygon}(A, B, C))$.

Jämför din skissade graf med spåret efter punkten G . Reflektera kring likheter och skillnader.



Föreslå en formel för funktionen och testa om dess graf stämmer överens med spåret. Om de inte stämmer överens, gör ett nytt försök.



- 🖨 Innan ni går vidare till nästa uppgift, dölj punkten G , funktionsformeln, din skiss samt ta bort spåret!

Vad händer om triangeln inte är likbent?

Låt oss studera en triangel där en av de givna sidorna är lite kortare än den andra.

- Ändra längden på sidan AC till 4 genom att dubbelklicka på punkten C och ändra från 5 till 4:
Omdefiniera

Punkt C
Punkt(Cirkel(A, 4))

Uppgift 4. Hur varierar arean som en funktion av längden på sidan BC ?



- Gör en grov skiss av hur du tror att triangelns area varierar med längden på sidan BC .
- Använd GeoGebra för att rita grafen som visar arean som funktion av längden på sidan BC på motsvarande sätt som tidigare. **OBS!** Ingen ny punkt behöver konstrueras eftersom du redan har punkten D . Markera (●) punkten D i Algebrafönstret.

Jämför din skissade graf med spåret efter punkten D . Reflektera kring likheter och skillnader.

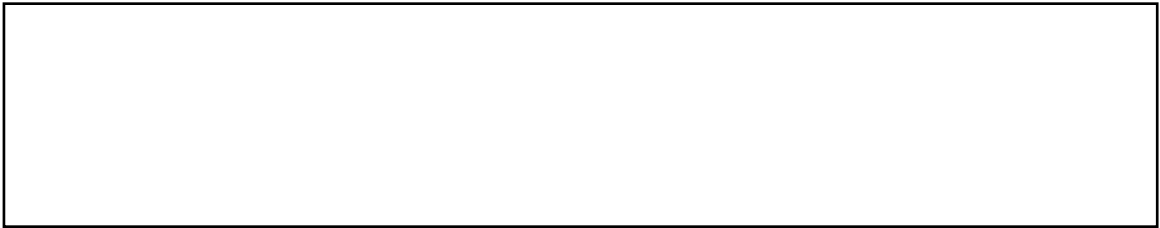


- Innan ni går vidare till nästa uppgift, dölj punkten D och din skiss ("penndraget") samt ta bort spåret!

Uppgift 5. Hur varierar arean för olika värden på höjden mot sidan BC ?

-  Gör en grov skiss av hur du tror att triangelns area varierar för olika värden på höjden mot sidan BC .
-  Använd GeoGebra för att rita upp grafen som visar hur arean beror av höjden mot sidan BC på motsvarande sätt som tidigare. **OBS!** Markera (●) punkten F i Algebrafönstret.

Jämför din skissade graf med spåret efter punkten F . Reflektera kring likheter och skillnader.

**Extra utmaning!**

Försök att härleda de formler som ger graferna i uppgift 4 och 5.

