

# Introduktionsguide GeoGebra gy

GeoGebra 

---

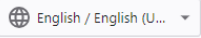
## Innehåll

Introduktion.....	1
GeoGebra-fönster.....	2
Olika fönster .....	2
Geometrisk konstruktion .....	3
Randvinkelsatsen.....	5
Koordinatsystem och funktioner.....	6
Funktioner och derivata .....	8
Det magiska talet $e$ .....	9
Trigonometriska funktioner .....	10
Kalkylblad .....	11
Regression .....	11
Kast med två tärningar .....	12

## Introduktion

Denna introduktionsguide riktar sig till dig som vill börja bekanta dig med GeoGebra. Vi har valt ut några funktioner som kan vara lämpliga att starta med.

På hemsidan [www.geogebra.org](http://www.geogebra.org) kan du välja om du vill ladda ned programmet eller köra en web-version. Se gärna till att ställa in språket på svenska (om det inte redan är det):

- Klicka på  (längst ned på sidan) och välj 

Vi kommer att använda web-versionen av *GeoGebra Classic* ([www.geogebra.org/classic](http://www.geogebra.org/classic)).

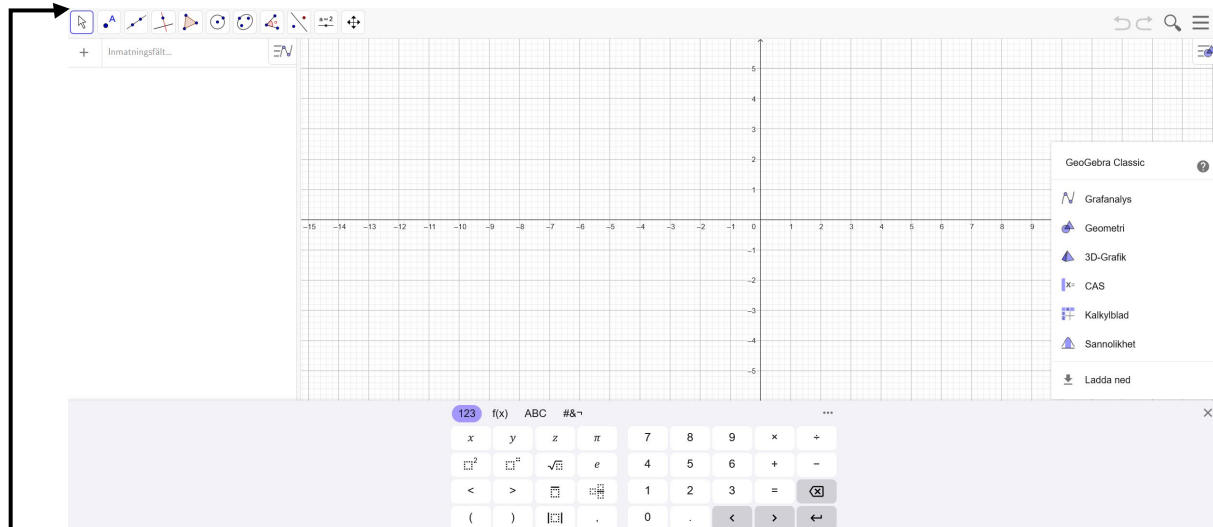
Vi rekommenderar dig att gå igenom guiden i den följd som den presenteras i eftersom instruktioner i de tidigare delarna kan komma att behövas i senare delar.

Om du vill lära dig fler verktyg i GeoGebra så rekommenderar vi guiden *Learn GeoGebra Classic* (<https://www.geogebra.org/m/XUv5mXTm>), skapat av *GeoGebra Team*.

## GeoGebra-fönster

Gå in på sidan [www.geogebra.org/classic](http://www.geogebra.org/classic).

Nu öppnas följande standardfönster:

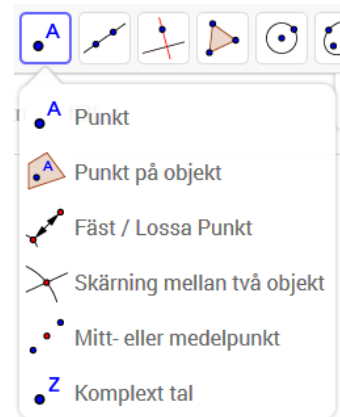


I denna standardvy visas ett **Algebrafönster** med **Inmatningsfält**, ett **Ritområde**, en ruta för val av **Perspektiv** samt ett **Tangentbord**. Perspektivrutan och tangentbordet försvinner automatiskt (men kan tas fram vid behov).

Överst i fönstret finns en **Verktygsrad**:





Under varje Verktyg i verktygsraden finns en lista med ytterligare verktyg, som syns när man klickar på Verktygsrutan:





**OBS!** När du klickar på ett verktyg visas en hjälpruta nere i vänstra hörnet med instruktioner om hur verktyget används.

### Olika fönster


Genom att trycka på de tre vågräta strecken i övre högra hörnet:  visas en meny där du kan välja  **Visa** för att öppna ytterligare fönster. Bland annat finns här **Kalkylblad**, **CAS** och ytterligare ritområden: **Ritområde 2** samt **Ritområde 3D**.

## Geometrisk konstruktion


I denna del kommer du endast att arbeta med **geometriska** konstruktioner och behöver därför inte ha koordinatsystem (och rutnät).





- Ta bort koordinatsystem samt rutnät genom att:
  - Högerklicka någonstans i Ritområdet och avmarkera:  Visa axlar
  - Markera **Inget rutnät** under fliken  Visa rutnät

Börja med att undersöka hur punkter kan konstrueras i GeoGebra.




- Lägg in en punkt i ritområdet genom att:
  - Klicka på punktverktyget 
  - Klicka därefter någonstans i Ritområdet

**OBS!** För att kunna flytta punkten måste du först klicka på flyttaverktyget .



**Tips!** Om du vill ångra en inmatning, tryck på  uppe i högra hörnet.

- Lägg in ytterligare en punkt,  $B$ , i Ritområdet.
- Konstruera "Mittpunkten" till punkterna  $A$  och  $B$  genom att:
  - Klicka på mittpunktverktyget:  (som finns under )
  - Klicka därefter på punkterna  $A$  och  $B$
- Flytta punkterna  $A$  och  $B$  och observera hur mittpunkten (punkt  $C$ ) följer med. Notera även att  $C$  inte är direkt flyttbar.
- Högerklicka på punkten  $B$  och markera  Visa spår. Gör på samma sätt med punkten  $C$ .
- Rita en frihandsfigur genom att flytta runt punkten  $B$  (glöm inte att först markera ).








**Tips:** "Ctrl + F" raderar spår.

- Innan du går vidare kan du välja att spara GeoGebra-filen genom att:
  - Klicka på  och välj  Arkiv
  - Klicka därefter på  Spara lokalt
- Rensa din skärm genom att:
  - Markera allt på skärmen genom att hålla nere knapparna "Ctrl + A"
  - Tryck därefter på "Delete"-knappen

Du skall nu konstruera polygoner och cirklar.










- Konstruera en triangel genom att:
  - Klicka på polygonverktyget 
  - Klicka därefter någonstans i Ritområdet för att markera första punkten, därefter markeras de övriga punkterna (triangelns hörn) valfritt i Ritområdet
  - Avsluta genom att klicka i den första punkten
- Prova att flytta något av triangelns hörn (glöm inte ).

**Tips!** Det går även att flytta hela triangeln.






- Mät triangelns samtliga vinklar genom att:
  - Klicka på  och därefter på triangeln
- Ändra antalet decimaler till noll genom att:
  - Klicka på  och välj  Inställningar
  - Ändra antalet till 0 decimaler
  - Stäng därefter det nya fönstret genom att klicka på  (i övre högra hörnet)
- Beräkna triangelns vinkelsumma. Detta kan göras med det dolda tangentbordet genom att:
  - Klicka i Inmatningsfältet (i Algebrafönstret) och därefter på  så att tangentbordet visas
  - Klicka först på  och därefter på  (nere till vänster)
  - Mata in  $\alpha + \beta + \gamma$  i Inmatningsfältet och tryck Enter

$$\delta = \alpha + \beta + \gamma$$






Notera nu att vinkelsumman finns i algebrafönstret:  $= 180^\circ$

- Dra i hörnen på triangeln och se hur de olika vinklarna ändras, samtidigt som vinkelsumman är konstant.
- Lägg in en text i ritområdet genom att:
  - Klicka på  ABC Text (som finns under )
  - Klicka någonstans i ritområdet där du vill att texten ska finnas
  - Skriv in "Triangelns vinkelsumma är"
  - Klicka på  Avancerat och markera därefter 
  - Klicka på  och skriv därefter "+" och fortsätt så att det står  
Triangelns vinkelsumma är  +  +  = . Klicka på OK
- Testa konstruktionen genom att dra i olika hörn




## Randvinkelsatsen

- Skapa **nytt fönster** (utan koordinataxlarna och rutnätet)
  - Konstruera en cirkel genom att:
    - Klicka på verktyget 
    - Klicka därefter någonstans i Ritområdet för att först markera cirkelns medelpunkt och därefter en punkt på cirkelns periferi
  - Prova att flytta hela cirkeln genom att:
    - Klicka på flyttaverktyget 
    - Klicka på cirkelns periferi och ”dra”
  - Prova att ändra cirkelns storlek (genom att dra i cirkelns periferipunkt).
  - När du har skapat en cirkel med en storlek och placering som du är nöjd med kan du ta bort överflödigt information genom att:
    - Dölja periferipunkten  $B$  genom att avmarkera den i Algebrafönstret ().
    - Dölja namnet på cirkeln genom att högerklicka på den och avmarkera:  
AA Visa etikett.
  - Ändra namnet på cirkelns mittpunkt till  $M$  genom att högerklicka på den och därefter välja  Ge nytt namn .
  - Skapa 3 punkter,  $A$ ,  $C$  och  $D$ , på cirkeln genom att:
    - Klicka på punktverktyget  och därefter på cirkeln.
- OBS!** se till att punkten ”fäster” vid cirkeln.








**Tips!** För att slippa att det skrivs ut etiketter på sträckorna kan du välja att:

- Klicka på  **Inställningar** (under ) och ändra Namn på objekt till Inga nya objekt
  - Stäng därefter det nya fönstret genom att klicka på  $\times$  (i övre högra hörnet).
  - Skapa sträckorna  $AM$ ,  $MD$ ,  $AC$  samt  $CD$  genom att:
    - Klicka på  (som finns under ).
    - Klicka därefter på 2 punkter i taget för att skapa de 4 sträckorna.
  - Mät randvinkel och medelpunktsvinkel genom att:
    - Klicka på vinkelverktyget .
    - Klicka därefter på 3 punkter eller 2 sträckor.
- OBS!** Ordningen man väljer att markera punkter eller linjer på har betydelse för vilken vinkel man får – undersök!
- Dra i punkten  $C$  respektive  $D$  och observera vad som händer med vinklarna.
  - Beräkna kvoten mellan medelpunktsvinkeln och randvinkeln genom att mata in i Inmatningsfältet:  $\beta/\alpha$  (eller  $\alpha/\beta$ ).
  - Dra i punkten  $D$  och observera vad som händer med kvoten.

## Koordinatsystem och funktioner

- Skapa **nytt fönster** (med koordinataxlar och rutnät).
- Flytta på koordinatsystemet genom att:
  - Klicka någonstans i Ritområdet och dra!
- Det går att ändra inställningen på rutnätet så att färre linjer visas genom att:
  - Högerklicka någonstans i Ritområdet
  - Klicka på  Visa rutnät och välj därefter Enbart första nivåns linjer
- Lägg in en punkt i koordinatsystemet. Vi har tidigare sett hur detta kan göras med punktverktyget . Ett annat sätt att lägga in punkter på är genom att skriva in punktens koordinater, t.ex. (1,2), i Inmatningsfältet. Testa!
- Flytta punkten (markera först ) och studera hur punktens koordinater ändras i Algebrafönstret (till vänster).

**Tips!** Det finns möjlighet att välja att punkten endast fäster i rutnätet.

- Detta görs genom att:
  - Klicka någonstans i Ritområdet så att punkten avmarkeras
  - Klicka på  uppe i högra hörnet
  - Klicka på  och välj **Låst till rutnätet**
- Undersök hur man kan ändra egenskaper hos punkten:
  - Markera punkten (genom att klicka på den)
  - I övre högra hörnet visas nu: och välj färg!
  - Ändra form och storlek på punkten bakom 
  - Genom att markera  och därefter välja "Namn och värde" eller "Värde", får man punktens koordinater utskrivna (även i Ritområdet)
- Innan du går vidare kan du rensa skärmen ("Ctrl + A" och "Delete") samt återställa standardinställningarna genom att:
  - Klicka på  och välj  **Inställningar**
  - Klicka på **ÅTERSTÄLL**

Du ska nu undersöka hur glidare kan användas för att studera hur grafen till den linjära funktionen  $f(x) = kx + m$  ändras för olika värden på parametrarna  $k$  och  $m$ .










- Skapa **nytt fönster** (med koordinataxlar och rutnät).
- Mata in  $kx + m$  i Inmatningsfältet.

Notera hur 2 glidare automatiskt skapas i Algebrafönstret. Genom att klicka på 



kan glidarna göras synliga även i Ritområdet.


**Tips!** Det är möjligt att ändra inställningarna på glidarna genom att:

- Klicka på  (till höger om respektive glidare) och välj **Inställningar**
  - I det nya fönstret (till höger), välj **Glidare**
  - Ändra de förinställda värdena på "Min" och "Max" till önskade värden och fyll i önskad "Steglängd"
  - Stäng det nya fönstret genom att klicka på  (i övre högra hörnet)
  - Flytta ( eller ) gärna koordinatsystemet, så att origo blir mer centrerat.
  - Dra i glidarna (markera först ) och undersök hur de olika parametrarna  $k$  och  $m$  påverkar grafens utseende. Observera samtidigt hur det algebraiska uttrycket ändras i Algebrafönstret.
  - Lägg in en punkt någonstans på grafen genom att:
    - Klicka på punktverktyget  och därefter någonstans på grafen.
- OBS!** se till att punkten "fäster" vid grafen.
- Ändra så att punktens koordinater skrivs ut bredvid punkten genom att:
    - Markera punkten.
    - Klicka därefter på  i övre högra hörnet
    - I övre högra hörnet visas nu: 
    - Markera  och välj "Värde"
  - Dra punkten längs grafen och studera samtidigt hur punktens koordinater ändras.

**Tips!** När man studerar funktioner är det viktigt att kunna justera skalan på koordinataxlarna. Detta kan göras genom att:

- Klicka på  eller  och zooma in/ut genom att scrolla

Ibland är det önskvärt att endast ändra skalan på en utav axlarna. Detta görs genom att:

- Klicka på  och peka på en av koordinataxlarna så att  $\Leftrightarrow$  visas
- Dra i axeln

**Tips!** Formeln (som finns i Algebrafönstret) kan flyttas in i koordinatsystemet genom att klicka på den och "dra" den in i Ritområdet

## Funktioner och derivata

Du ska här undersöka hur *glidaren* kan användas för att studera hur grafen till tredjegradsfunktionen  $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$  ändras för olika värden på parametrarna  $a$ ,  $b$ ,  $c$  och  $d$ .

- Skapa **nytt fönster** (med koordinataxlar och rutnät).
- Mata in  $ax^3 + bx^2 + cx + d$  i inmatningsfältet.


**OBS!** Potenser skrivs in som till exempel  $x^2$ . Efter att en exponent matats in, tryck pil höger (på tangentbordet)!

Notera hur 4 glidare automatiskt skapas i Algebrafönstret. Genom att klicka på , kan man få glidaren synlig även i Ritområdet.

- Dra i glidarna, och undersök hur de olika parametrarna  $a$ ,  $b$ ,  $c$  och  $d$  påverkar grafens utseende. Observera samtidigt hur det algebraiska uttrycket ändras.



Du skall nu studera derivatan till funktionen  $f(x) = x^3 + 3x^2 - 1$ .


- Ställ in glidarna så att grafen till funktionen  $f(x) = x^3 + 3x^2 - 1$  visas.
- Lägg in en punkt  $A$  någonstans på grafen genom att:



- Klicka på punktverktyget  och markera därefter grafen.

**OBS!** se till att punkten "fäster" vid grafen

- Lägg in en **tangent** till grafen i punkten  $A$  genom att:

- Klicka på tangentverktyget  (under )
- Klicka på punkten och sedan på grafen

- Flytta (markera först ) punkten  $A$  och notera hur tangenten ändras.
- Mät tangentens lutning genom att:

- Klicka på verktyget för lutning  (under ) och därefter på tangenten

- Genom att flytta punkten  $A$  flyttas även tangenten och man kan studera hur dess lutning, dvs. funktionens derivata, ändras.

- För att studera funktionens derivata lägger vi in en ny punkt  $B$  med samma  $x$ -koordinat som punkten  $A$  men med tangentens lutning  $k$  som  $y$ -koordinat.


- Skriv i inmatningsfältet:  $B = (x(A), k)$

- Flytta punkten  $A$  och studera samtidigt punkten  $B$ 's förflyttning.
- Högerklicka på punkten  $B$  och markera "Visa spår". Nu kommer punkten att lämna spår efter sig då  $A$  förflyttas och vi får funktionens derivata uppritad!
- Derivatans till funktionen kan även ritas upp genom att skriva  $f'(x)$  i inmatningsfältet.

## Det magiska talet e






- Skapa **nytt fönster** (med koordinataxlar och rutnät)
- Mata in funktionen  $f(x) = C \cdot a^x$  i inmatningsfältet.

Nu har det även skapats två glidare, **C** och **a**, i algebrafönstret.

- Ändra inställningarna på glidarna genom att:
  - Klicka på  (till höger om respektive glidare) och välj "Inställningar"
  - I det nya fönstret till höger, välj "Glidare"
  - Ändra "Min" och "Max" samt fyll i "Steglängd" enligt följande:


Glidare C	Glidare a
Min 0	Min 1
Max 100	Max 5
Steglängd 5	Steglängd 0.1

**OBS!** Som decimalkomma används punkt!

- Stäng det nya fönstret genom att klicka på  (i övre högra hörnet).
- Om du vill flytta koordinatsystemet kan du klicka på  och dra i ritområdet. Du kan även zooma in/ut genom att scrolla. Ibland är det önskvärt att endast ändra skalan på en utav axlarna. Detta görs genom att klicka på  och därefter dra i axeln.
- Undersök hur de båda parametrarna påverkar grafens utseende.
- Testa att sätta spår på grafen genom att högerklicka på den och markera  Visa spår. Nu skapas det spår av de "gamla" graferna när värdet på en parameter ändras.
- Avmarkera  Visa spår och ta bort gamla spår med "Ctrl + F"
- Ta fram funktionens derivata genom att skriva in  $f'$  i inmatningsfältet.
- Undersök för vilket värde på **a** som de båda graferna sammanfaller.

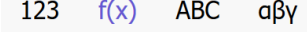

## Trigonometriska funktioner



Du ska nu använda *GeoGebra* för att rita funktionen  $y = \sin x$ , både då  $x$  anges i radianer och i grader.

- Skapa **nytt fönster** (med koordinataxlar och rutnät).
- Skriv in  $f(x) = \sin(x)$  i inmatningsfältet.
- Gradera  $x$ -axeln i *radianer* genom att:
  - Högerklicka någonstans i Ritområdet och välj  Ritområde ...
  - Under fliken **xAxeln**, markera **Avstånd** och välj  $\pi/2$  som enhet
  - Stäng det nya fönstret genom att klicka på  $\times$  (i övre högra hörnet).

Om vi istället vill ha vinkeln  $x$  i *grader* blir det lite annorlunda:

- Skapa **nytt fönster** (med koordinataxlar och rutnät).
- Skriv in  $f(x) = \sin(x^\circ)$  i inmatningsfältet.

**Tips!** Tecknet för grader ( $^\circ$ ) finns under fliken "f(x)":  123 f(x) ABC αβγ  
i det dolda tangentbordets meny. Tangentbordet tas fram genom att klicka på  längst ned till vänster.

- Gradera  $x$ -axeln i *grader*.
  - Högerklicka någonstans i Ritområdet och välj  Ritområde ...
  - Under fliken "xAxeln", markera "Avstånd" och skriv in 60:  Avstånd:
  - Som "Enhet" välj grader ( $^\circ$ ).
  - Nu kan  $x$ -axeln behöva justeras. Markera först  och "dra" därefter i axeln.

## Kalkylblad

Nedan följer två exempel på hur kalkylbladet kan användas.


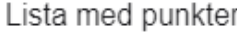
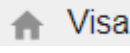


### Regression

Du ska nu se exempel på hur en tabell i kalkylbladet kan läggas in som punkter i ritområdet och hur det sedan är möjligt att anpassa en funktion (t.ex. ett andragradspolynom) utifrån dessa punkter.

- Skapa **nytt fönster**.
- Öppna ett kalkylblad genom att:


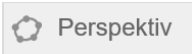



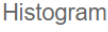




- Klicka på  och välj  Perspektiv
- Klicka på  Kalkylblad

	A	B
1	1	3
2	3	6
3	5	5

- Fyll i cellerna A1 – B3 på följande sätt:
- Markera cellerna A1-B3, högerklicka och välj  Skapa. och därefter  Lista med punkter
- Öppna Algebrafönstret genom att klicka på  Visa (under ) och markera  Algebrafönster.
- I Algebrafönstret finns nu en lista (  $l_1$  ) som består av tre punkter: (1,3), (3,6) och (5,5). Dessutom kan man nu se punkterna i Ritområdet (eventuellt kan koordinatsystemet behöva flyttas).
- Skriv in "reg" i inmatningsfältet och välj: **RegressionPoly**( <Lista med punkter>, <Polynomgrad> )
- Skriv in **RegressionPoly**( $l_1$ , 2) i inmatningsfältet för att anpassa punkterna till ett andragradspolynom.  **OBS!** liten bokstav för L
- Lägg in andragradspolynomets formel, som nu finns i Algebrafönstret, i Ritområdet genom att markera formeln och "dra" den till ritområdet.
- Ändra något värde i tabellen och studera hur motsvarande punkt flyttas, hur grafen anpassas, hur punkten ändras i lista 1 (  $l_1$  ) i Algebrafönstret och hur funktionsformeln ändras.
- Dra i någon av punkterna och studera hur motsvarande värden ändras i tabellen, hur grafen anpassas, hur punkten ändras i lista 1 (  $l_1$  ) i algebrafönstret och hur funktionsformeln ändras.

## Kast med två tärningar

Du ska nu använda kalkylbladet i GeoGebra för att simulera kast med två tärningar

- Skapa **nytt fönster**.
- Öppna ett kalkylblad genom att:
  - Klicka på  och välj  Perspektiv
  - Klicka på  **Kalkylblad**
- Skriv in:  $\text{SlumptalMellan}(1,6)$  i cell A1 och tryck enter.
- Markera valfri cell och tryck på F9 (eller fn+F9) för att skapa ett nytt slumptal i cell A1.
- Markera cell A1 och dra den lilla kvadraten i det nedre högra hörnet  till cell B1.
- Skriv in:  $=A1+B1$  i cell C1 och tryck enter. Observera hur summan av de båda slumptalen fås i cell C1.
- Markera valfri cell och tryck F9 (eller fn+F9). Observera hur det skapas nya slumptal i cellerna A1 och B1 och hur summan i cell C1 uppdateras.
- Markera cellerna A1-C1 och dra den lilla kvadraten i det nedre högra hörnet av cell C1 hela vägen till cell C100. I cellerna C1-C100 har vi nu fått motsvarigheten till 100 kast med två tärningar.
- Markera kolumn C och välj därefter  (Envariabelanalys).
- Ändra från  Histogram  till  Stolpdiagram .
- Ta fram ett nytt stolpdiagram genom att markera valfri cell i kalkylbladet och tryck på F9 (eller fn+F9).
- Undersök vilka statistiska mått som fås genom att trycka på .
- Ta fram en frekvenstabell genom att trycka på  och markera Frekvenstabell.