

Introduktionsguide


GeoGebra Gy

GeoGebra 


Innehåll

| | |
|--|----|
| Introduktion | 2 |
| Olika fönster..... | 3 |
| Några geometriska grundkonstruktioner | 4 |
| Randvinkelsatsen | 5 |
| Polygoner | 7 |
| Area och omkrets hos trianglar med samma bas och höjd..... | 7 |
| Likformighetsavbildning (skala) | 9 |
| Ladda upp egna bilder | 10 |
| Koordinatsystem och linjära samband | 11 |
| Funktioner och derivata | 12 |
| Derivata | 13 |
| Trigonometriska funktioner..... | 14 |
| Kalkylblad och regression | 15 |

Introduktion

Denna introduktionsguide riktar sig till dig som vill börja bekanta dig med GeoGebra. Vi har valt ut några funktioner som kan vara lämpliga att starta med. Som komplement till denna introduktionsguide, hittar du ett antal elevaktiviteter på vår hemsida, www.kau.se/geogebra, under rubriken ”Resurser”. Dessa aktiviteter innehåller även instruktioner hur GeoGebra kan användas. Instruktionerna, som är markerade med datorikoner (), varvas med matematikuppgifter.

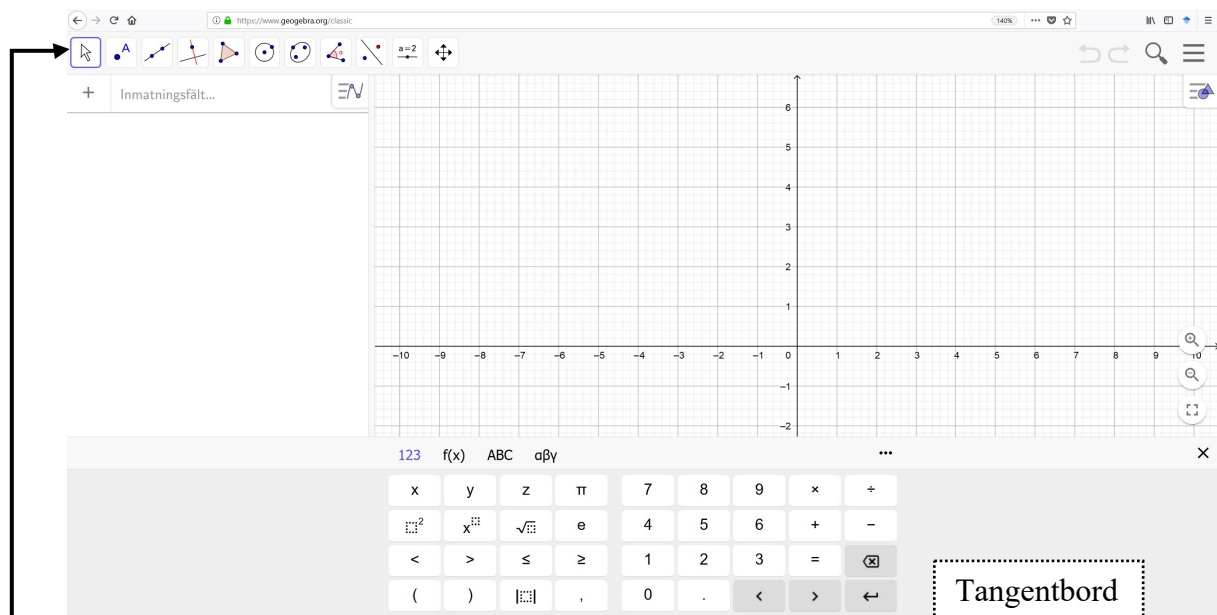
På hemsidan www.geogebra.org kan man välja om man vill ladda ned programmet eller köra en web-version. Se gärna till att ställa in språket på svenska (om det inte redan är det):

- Klicka på  Language: English (nere i vänstra hörnet) och välj ”Svenska”

Vi väljer här att använda web-versionen:

- Klicka på **GeoGebra Classic** (under rubriken Förberedd för prov)

Nu öppnas följande standardvy:

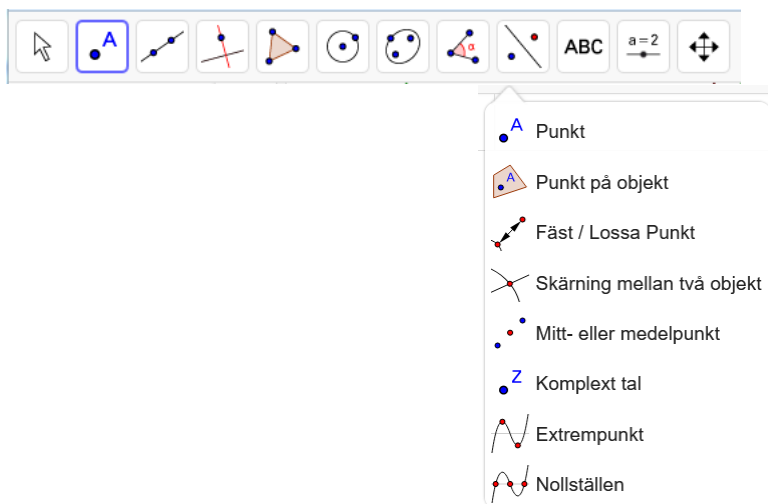


I denna standardvy visas ett **Algebrafönster** med **Inmatningsfält**, ett **Ritområde** samt ett **Tangentbord** (som kan klickas bort då det inte används).

Överst i fönstret finns en **verktygsrad**:





Under varje verktyg i verktygsraden finns en lista med ytterligare verktyg, som syns när man klickar på verktygsrutan:




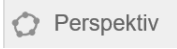



OBS! När du klickar på ett verktyg visas en hjälpruta nere i vänstra hörnet med instruktioner om hur verktyget används.

Olika fönster

Genom att trycka på de tre vågräta strecken i övre högra hörnet:  fås en meny fram där man kan välja  **Visa** för att öppna ytterligare fönster. Bland annat finns här **Kalkylblad**, **CAS** och ytterligare ritområden: **Ritområde 2** samt **Ritområde 3D**.



Några geometriska grundkonstruktioner

I denna del kommer vi endast att arbeta med geometriska begrepp och behöver därför inte ha koordinatsystem (och rutnät) eller "Algebrafönster" framme.


- Därför börjar vi med att klicka på  (högst uppe i högra hörnet) och välja  och därefter  Geometri
- Lägg in en punkt i ritområdet med hjälp av verktyget: 
 - Klicka först på  och därefter någonstans i Ritområdet.

OBS! För att kunna flytta punkten måste man först klicka på: 



OBS! om man vill ångra en inmatning, tryck på  uppe i högra hörnet.

- Lägg in ytterligare en punkt, B , i Ritområdet.
- Konstruera nu "mittpunkten" till punkterna A och B genom att:
 - Klicka på mittpunktverktyget:  (som finns under )
 - Klicka därefter på punkterna A och B .
- Flytta punkterna A och B och observera hur mittpunkten (punkt C) följer med. Notera även att C inte är direkt flyttbar.
- Högerklicka på punkten B och markera "Visa spår". Gör på samma sätt med punkten C .
- Rita en frihandsfigur genom att flytta runt punkten B .

Tips: "Ctrl + F" raderar spår.

- Skapa **nytt fönster** genom att:
 - Klicka på de tre vågräta strecken uppe i högra hörnet och välj "Arkiv" och därefter  + Spara och börja om .
 - Välj därefter "Spara inte"






Tips! Naturligtvis går det att spara en GeoGebra-fil, antingen på egna datorn eller på ett (eget skapat) GeoGebra-konto.

- Ta bort koordinatsystem samt rutnät genom att:
 - Högerklicka någonstans i ritområdet och avmarkera:  Visa axlar .
 - Samt under fliken  Visa rutnät , markera: Inget rutnät .

OBS! Om inte Algebrafönstret syns, se till att visa detta genom att:

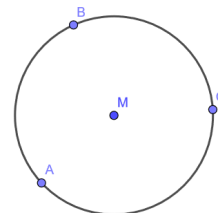
- Klicka på de tre vågräta strecken uppe i högra hörnet och välj  Visa samt markera  Algebrafönster .






Randvinkelsatsen


- Konstruera en cirkel genom att:
 - Klicka på verktyget .
 - Klicka därefter någonstans i ritområdet för att först markera cirkelns medelpunkt och därefter en punkt på cirkelns periferi.
- Prova att flytta hela cirkeln genom:
 - Klicka på flyttaverktyget .
 - Klicka på cirkelns periferi och ”dra”.
- Prova att ändra cirkelns storlek genom att dra i cirkelns periferipunkt.
- När du har skapat en cirkel med en storlek och placering som du är nöjd med, kan vi ta bort överflödiga information genom att:
 - Dölj periferipunkten B genom att avmarkera den i Algebrafönstret (.
 - Dölj namnet på cirkeln genom att högerklicka på den och avmarkera: AA Visa etikett.
- Ändra namnet på cirkelns mittpunkt till M genom att högerklicka på den och därefter välja  Ge nytt namn .
- Skapa 3 punkter, A , B och C , på cirkeln genom att:
 - Klicka först på punktverktyget  och därefter på cirkeln.

OBS! se till att punkterna ”fäster” vid cirkeln.

 - **Ändra namnen** på punkterna så att er figur ser ut ungefär så här:


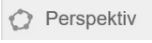





- Tips!** Om man inte vill att det ska skrivas ut etiketter på nya objekt kan följande inställning göras:
- Klicka på de tre vågräta strecken i övre högra hörnet. och välj därefter ”Inställningar”.
 - Ändra till : Namn på objekt: 
 - Stäng det nya fönstret genom att klicka på  (i övre högra hörnet).
- Skapa sträckorna AM , MC , AB samt BC genom att:
 - Klicka på  (som finns under ).
 - Klicka därefter på 2 punkter i taget för att skapa de 4 sträckorna.
 - Skapa randvinkel samt medelpunktsvinkel genom att:
 - Klicka på vinkelverktyget .
 - Klicka därefter på 3 punkter eller 2 sträckor.






OBS! Ordningen man väljer att markera punkter eller linjer på har betydelse för vilken vinkel man får – undersök!
 - Dra i punkten B och undersök vad som händer med randvinkeln.
 - Undersök förhållandet mellan randvinkeln och medelpunktsvinkeln för olika värden på medelpunktsvinkeln genom att dra (OBS! markera först ) i någon av punkterna A eller C .

Polygoner

I denna del kommer vi endast att arbeta med geometriska begrepp och behöver därför inte ha koordinatsystem (och rutnät) eller ”Algebrafönster” framme.




- Skapa nytt fönster.
- Klicka på  (högst uppe i högra hörnet) och välj  Perspektiv och därefter  Geometri .
- Konstruera en valfri polygon, genom att:
 - Klicka på: 
 - Klicka därefter någonstans i ritområdet för att markera första punkten, därefter markeras de övriga punkterna (lika med polygonens hörn) valfritt i ritområdet.
 - Avsluta genom att klicka i den första punkten!
- Mät polygonens vinklar genom:
 - Klicka på verktyget:  och därefter på polygonen

Tips! Antalet decimaler kan ändras under ”Inställningar” ().

- Prova att flytta runt polygonen – klicka först på  och därefter på polygonen och ”dra” den.
- Prova även att ändra formen på polygonen genom att ”dra” i något av polygonens hörn.
- Mät polygonens area och omkrets genom att:
 - Klicka på  (under ) och därefter på polygonen.
 - Klicka på  (under ) och därefter på polygonen.




Area och omkrets hos trianglar med samma bas och höjd

Vi ska nu göra en konstruktion som kan vara användbar för att studera trianglar med samma area men olika omkrets.

- Skapa nytt fönster (utan koordinataxlarna och rutnätet).
- Konstruera en linje genom två punkter med verktyget  .
- Lägg in ytterligare en punkt C (utanför linjen).
- Konstruera en ny linje, parallell med den förra, och som går genom C med verktyget  (som finns under ).


- Lägg in en ny punkt (D) på den parallella linjen (den sist konstruerade linjen).
- Konstruera en triangel med punkterna A , B och D som hörn. Dölj gärna punkten C .
- Mät triangelns area respektive omkrets (se föregående sida).
- Dra i punkten D och undersök hur dess läge påverkar omkrets och area!
 - Hur ska punkten D placeras för att omkretsen skall bli så liten som möjligt?
 - Vilken är den största omkrets vi kan få för en och samma area?

Likformighetsavbildning (skala)


- Skapa nytt fönster. Eftersom vi endast ska arbeta med geometriska begrepp, behöver vi inte ha koordinatsystem (och rutnät) eller Algebrafönster framme. Klicka på \equiv (högst uppe i högra hörnet), välj  Perspektiv och därefter  Geometri.
- Konstruera en valfri polygon ()

Vi ska nu avbilda polygonen i olika skalor (förminskning och förstoring).

För att undersöka hur skalfaktorn påverkar avbildningens utseende kan med fördel ”glidare” användas.




- Skapa glidare som skalfaktor genom att:
 - Klicka på verktyget  och klicka därefter någonstans i Ritområdet.
 - Gör följande inställningar i det nya fönstret:
 - Byt namn till ”Skalfaktor”
 - Ändra Min, Max samt steglängd enligt:

OBS! Som decimalkomma används punkt!

 - Klicka därefter på: 



| | | |
|--------------------------------------|------------------------------|------------------------------|
| Namn | | |
| Skalfaktor | | |
| <input checked="" type="radio"/> Tal | <input type="radio"/> Vinkel | <input type="radio"/> Heltal |
| Intervall | Glidare | Animation |
| Min | Max | Steglängd |
| 0 | 3 | 0.5 |

Tips! Genom att peka på glidaren och hålla ned höger musknapp, kan glidaren flyttas omkring på skärmen.

- Skapa en ”fri” punkt någonstans i ritområdet med punktverktøjet: .
- Klicka på:  (som finns under ). Klicka första på polygonen och därefter på den fria punkten.

Utvidga objekt från punkt med faktor





Skalfaktor
Skalfaktor

- Skriv in ”Skalfaktor” i det nya fönstret som visas:
- Dra i glidaren (Skalfaktorn) och undersök hur detta påverkar avbildningen.
- Flytta på den ”fria” punkten och undersök hur detta påverkar avbildningens position. (Glöm inte att första klicka på ”Flytta”: )
- Mät båda polygonernas areor ( ^{cm²}).
- Undersök förhållandet mellan areorna för olika värden på skalfaktorn.

Tips! Istället för att avbilda en polygon (eller annat geometriskt objekt skapat i GeoGebra) kan egna bilder enkelt laddas upp (för att avbildas) i GeoGebra.

Ladda upp egna bilder







Så här laddar man upp bilder i GeoGebra:

- Klicka på verktyget  (som finns under ).
- Välj en "egen" bild från din dator eller hämta bild från Internet (måste sparas någonstans på din dator).
- Justera position och storlek på bilden (genom att dra i dess punkter i nedre hörnen).
- Lås fast bilden i Ritområdet genom att:
 - Klicka på bilden och därefter på  uppe i högra hörnet.
 - Klicka därefter på .








Koordinatsystem och linjära samband

- Skapa nytt fönster.

OBS! Om inte Algebrafönstret syns, se till att visa detta genom att:


- Klicka på de tre vågräta strecken uppe i högra hörnet och välj  Visa samt markera  Algebrafönster.
- Flytta på koordinatsystemet genom att:
 - Klicka på  och därefter någonstans i Ritområdet och dra!
- Det går att ändra inställningen på rutnätet så att färre linjer visas genom att:
 - Högerklicka någonstans i Ritområdet och välj **Ritområde**.
 - Klicka på  Visa rutnät och välj därefter ”Enbart första nivåns linjer”.
- Lägg in en punkt i koordinatsystemet med hjälp av verktyget .
- Flytta punkten (**OBS!** klicka först på ) och studera hur punktens koordinater ändras i Algebrafönstret (till vänster).

Tips! Det finns möjlighet att välja att punkten endast fäster i rutnätet:



- Klicka någonstans i Ritområdet och därefter på  uppe i högra hörnet.
- Klicka därefter på  och välj här ”Låst till rutnätet”.
- Undersök hur man kan ändra egenskaper hos punkten:
 - Markera punkten (genom att klicka på den). **OBS!** Klicka först på !
 - I övre högra hörnet visas nu: och välj färg!
 - Ändra form och storlek på punkten bakom .
 - Genom att markera  och därefter välja ”Namn och värde” eller ”Värde”, får man punktens koordinater utskrivna (även i Ritområdet).
- Ett annat sätt att lägga in punkter på är genom att skriva in punktens koordinater, t.ex. (1,2), i Inmatningsfältet till vänster. Gör detta!
- Konstruera en linje genom de båda punkterna med linjeverktyget .
- I Algebrafönstret syns nu linjens ekvation. Högerklicka på ekvationen och välj **Ekvation $y = kx + m$** .
- Flytta runt punkterna och studera hur linjens ekvation ändras i Algebrafönstret.

Funktioner och derivata



Vi ska här undersöka hur *glidaren* kan användas för att studera hur grafen till tredjegradsfunktionen $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ ändras för olika värden på parametrarna a , b , c och d .

- Öppna nytt fönster (med koordinataxlar samt rutnät).
- Mata in tredjegradspolynomet $ax^3 + bx^2 + cx + d$ i inmatningsfältet.
OBS! Efter att en exponent matats in, tryck pil höger (på tangentbordet)!
Notera hur 4 glidare automatiskt skapas i Algebrafönstret. Genom att klicka på: , kan man få glidaren synlig även i Ritområdet.


Tips! Det är möjligt att ändra inställningarna på glidarna genom att:

- Klicka på  (till höger om respektive glidare) och välj ”Inställningar”
- I det nya fönstret till höger, välj ”Glidare”
- Ändra de förinställda värdena på ”Min” och ”Max” samt fyll i önskad ”Steglängd”.
- Stäng det nya fönstret genom att klicka på  (i övre högra hörnet).
- Dra i glidarna, och undersök hur de olika parametrarna a , b , c och d påverkar grafens utseende. Observera samtidigt hur det algebraiska uttrycket ändras.

Tips! När man studerar funktioner är det viktigt att kunna justera skalan på koordinataxlarna eller att flytta hela koordinatsystemet. Detta kan göras genom att:

- Klicka på  och dra i koordinatsystemet för att flytta det
- Klicka på  och zooma in/ut genom att scrolla.


Ibland är det önskvärt att endast ändra skalan på en utav axlarna. Detta görs genom att:

- Klicka på  och ”dra” därefter i axeln.












Tips! Formeln (som finns i Algebrafönstret) kan enkelt flyttas in i koordinatsystemet genom att klicka på den och ”dra” den in i Ritområdet.

Derivata

Vi skall nu studera derivatan till funktionen $f(x) = x^3 + 3x^2 - 1$.


- Ställ in glidarna så att grafen till funktionen $f(x) = x^3 + 3x^2 - 1$ visas.
- Lägg in en punkt A någonstans på grafen genom att:
 - Klicka på punktverktyget  och markera därefter grafen.

OBS! se till att punkten ”fäster” vid grafen




- Lägg in en **tangent** till grafen, i punkten A , genom att:
 - Klicka på verktyget , som finns under 
 - Klicka därefter först på punkten och därefter på grafen.
- Dra i punkt A och notera hur tangentlinjen ändras. OBS! Glöm inte att första klicka på ”Flytta”: 
- Mät tangentens lutning med verktyget , som finns under 
- Genom att flytta punkten A flyttas även tangenten och man kan studera hur dess lutning, dvs. funktionens derivata, ändras.
- För att studera funktionens derivata lägger vi in en ny punkt B med samma x -koordinat som A men med y -koordinaten lika med tangentens lutning, k .
 - Skriv i inmatningsfältet: $B = (x(A), k)$
- Flytta punkten A och studera samtidigt punkten B 's förflyttning.
- Högerklicka på punkten B och markera ”Visa spår”. Nu kommer punkten att lämna spår efter sig då A förflyttas och vi får funktionens derivata uppritad!
- Derivatans till funktionen kan även ritas upp genom att skriva $f'(x)$ i inmatningsfältet.
- Ta bort spåret (Ctrl+F) samt dölj $f'(x)$ (avmarkera  i Algebrafönstret).
- Undersök verktygen för *extrempunkt*  och *nollställe* , som finns under .
- Med verktyget *Funktionsinspektören* , som finns under , kan man bland annat undersöka en funktions nollställen, extrempunkter, integral och hur dessa ändras då man ändrar funktionens definitionsmängd. Testa!

Trigonometriska funktioner

Vi ska nu använda *GeoGebra* för att rita funktionen $y = \sin x$, både då x anges i radianer och i grader.

- Öppna nytt fönster *med* koordinataxlar samt rutnät.
- Skriv in $f(x) = \sin(x)$ i inmatningsfältet.
- Gradera x -axeln i *radianer*.
 - Högerklicka någonstans i Ritområdet och välj  Ritområde ...
 - Under fliken "xAxeln", markera "Avstånd" och välj $\pi/2$.
 - Stäng det nya fönstret genom att klicka på \times (i övre högra hörnet).




Om vi istället vill ha vinkeln x i *grader* blir det lite annorlunda:

- Öppna nytt fönster *med* koordinataxlar samt rutnät.
- Skriv in $f(x) = \sin(x^\circ)$ i inmatningsfältet. Tecknet för grader ($^\circ$) finns under fliken "f(x)":  i tangentbordets meny.
- Gradera x -axeln i *grader*.
 - Högerklicka någonstans i Ritområdet och välj  Ritområde ...
 - Under fliken "xAxeln", markera "Avstånd" och skriv in 60: Avstånd:
 - Som "Enhet" välj grader ($^\circ$).
 - Nu kan x -axeln behöva justeras. Markera först  och "dra" därefter i axeln.

Kalkylblad och regression


Vi ska nu se exempel på hur en tabell i kalkylbladet kan läggas in som punkter i ritområdet och hur det sedan är möjligt att anpassa en funktion (t.ex. ett andragradspolynom) utifrån dessa punkter.

- Öppna nytt fönster *med* koordinataxlar samt rutnät.
- Öppna ett kalkylblad genom att:

○ Klicka på  och välj  Visa och markera  Kalkylblad

| | A | B |
|---|---|---|
| 1 | 1 | 3 |
| 2 | 3 | 6 |
| 3 | 5 | 5 |

- Fyll i cellerna A₁ – B₃ på följande sätt:
- Markera cellerna A₁-B₃, högerklicka och välj "Skapa" och därefter "Lista med punkter"

I Algebrafönstret finns nu en lista (l_1) som består av tre punkter: (1,3), (3,6) och (5,5). Dessutom kan man nu se punkterna i Ritområdet (eventuellt kan koordinatsystemet behöva flyttas ()).

- Skriv in "reg" i inmatningsfältet och välj:
`RegressionPoly(<Lista med punkter>, <Polynomgrad>)`
- Skriv in `RegressionPoly(l1, 2)` i inmatningsfältet för att anpassa punkterna till ett andragradspolynom. **OBS!** det skall vara liten bokstav l, **inte** stor bokstav L.
- Lägg in andragradspolynomets formel, som nu finns i Algebrafönstret, i Ritområdet genom att markera formeln och "dra" den till ritområdet.
- Ändra något värde i tabellen och studera hur motsvarande punkt flyttas, hur grafen anpassas, hur punkten ändras i lista 1 (l_1) i Algebrafönstret och hur funktionsformeln ändras.
- Dra i någon av punkterna och studera hur motsvarande värden ändras i tabellen, hur grafen anpassas, hur punkten ändras i lista 1 (l_1) i algebrafönstret och hur funktionsformeln ändras.