

Introduktionsguide


GeoGebra åk 7-9

GeoGebra 


Innehåll

Introduktion	2
Olika fönster.....	3
Geometriska konstruktioner	4
Punkter, linjer och sträckor.....	4
Polygoner och cirklar.....	4
Spegelsymmetri	5
Konstruera spegelsymmetri	5
Förslag på elevaktiviteter.....	6
Ladda upp egna bilder	6
Undersöka och upptäcka spegelsymmetri.....	6
Parallellförflyttning/Translation.....	7
Rotationssymmetri.....	8
Ändra rotationsvinkeln med hjälp av en "glidare".....	8
Vinklar i en triangel.....	9
Area och omkrets.....	9
Area och omkrets hos trianglar med samma bas och höjd.....	10
Likformighetsavbildning (skala)	10
Förslag på elevaktivitet	11
Koordinatsystem	12
Punkter och linjer	12
Linjära funktioner med glidare	13

Introduktion

Denna introduktionsguide riktar sig till dig som vill börja bekanta dig med GeoGebra. Vi har valt ut några funktioner som kan vara lämpliga att starta med. Som komplement till denna introduktionsguide, hittar du ett antal elevaktiviteter på vår hemsida, www.kau.se/geogebra, under rubriken ”Resurser”. Dessa aktiviteter innehåller även instruktioner hur GeoGebra kan användas. Instruktionerna, som är markerade med datorikoner (), varvas med matematikuppgifter.

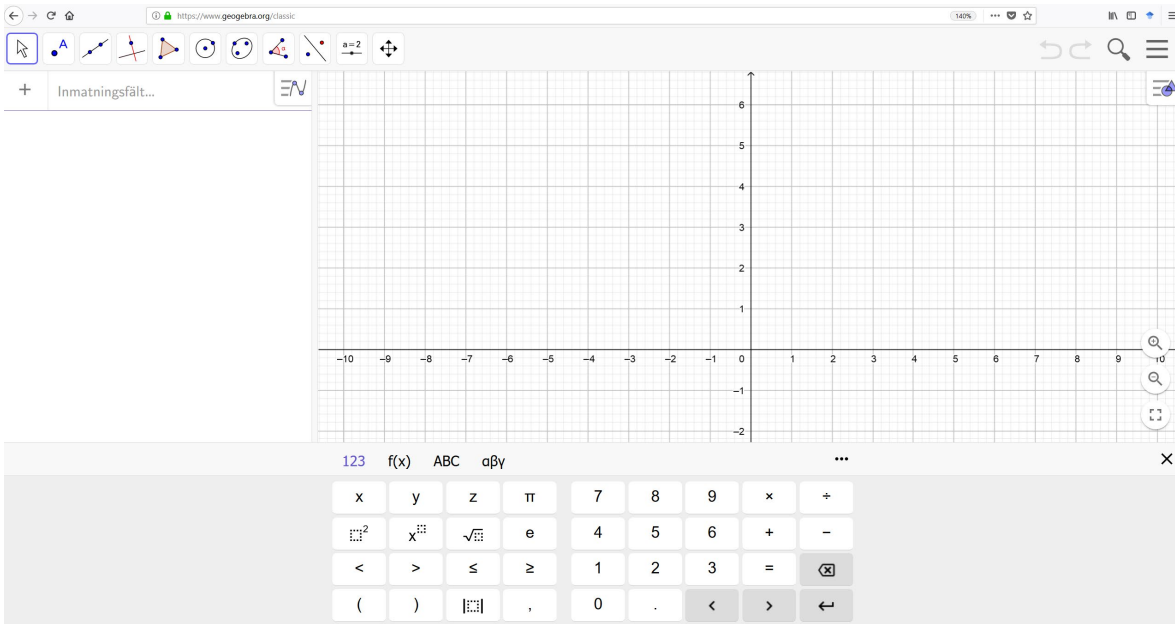
På hemsidan www.geogebra.org kan man välja om man vill ladda ned programmet eller köra en web-version. Se gärna till att ställa in språket på svenska (om det inte redan är det):

- Klicka på  Language: English (nere i vänstra hörnet) och välj ”Svenska”

Vi väljer här att använda web-versionen:

- Klicka på **GeoGebra Classic** (under rubriken Förberedd för prov)

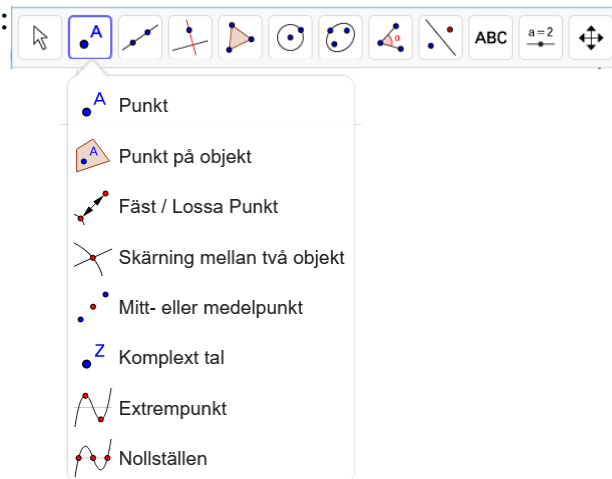
Nu öppnas följande standardvy:



I denna standardvy visas ett **Algebrafönster** med **Inmatningsfält**, ett **Ritområde** samt ett **Tangentbord** (som kan klickas bort då det inte används).



Överst i fönstret finns en **verktygsrad**:

Under varje verktyg i verktygsraden finns en lista med ytterligare verktyg, som syns när man klickar på verktygsrutan:






OBS! När du klickar på ett verktyg visas en hjälpruta nere i vänstra hörnet med instruktioner om hur verktyget används.

Olika fönster



Genom att trycka på de tre vågräta strecken i övre högra hörnet:  fås en meny fram där man kan välja  **Visa** för att öppna ytterligare fönster. Bland annat finns här **Kalkylblad**, **CAS** och ytterligare ritområden: **Ritområde 2** samt **Ritområde 3D**.

Geometriska konstruktioner


I denna del kommer vi endast att arbeta med geometriska begrepp och behöver därför inte ha koordinatsystem (och rutnät) eller "Algebrafönster" framme.






- Därför börjar vi med att klicka på  (högst uppe i högra hörnet) och välja  Perspektiv och därefter  Geometri

Punkter, linjer och sträckor







- Lägg in en punkt i ritområdet med hjälp av verktyget: 
 - Klicka först på  och därefter någonstans i Ritområdet

OBS! För att kunna flytta punkten måste man först klicka på: 

OBS! om man vill ångra en inmatning, tryck på  uppe i högra hörnet.

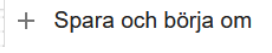
- Testa hur verktygen för linje () respektive sträcka () fungerar.
 - Klicka på  (eller , som finns under )
 - Klicka därefter någonstans i ritområdet för att markera första punkten och därefter klicka någonstans för att markera den andra punkten.

Polygoner och cirklar















- Konstruera en triangel med verktyget 
 - Klicka på: 
 - Klicka därefter någonstans i ritområdet för att markera första punkten, därefter markeras de övriga 2 punkterna (lika med polygonens hörn) valfritt i ritområdet.
 - Avsluta genom att klicka i den första punkten!
- Prova att flytta runt triangeln – klicka först på  och därefter på triangeln och "dra" den. Prova även att flytta något av triangelns hörn.
- Konstruera en cirkel med verktyget 
 - Klicka på .
 - Klicka därefter någonstans i ritområdet för att först markera cirkelns medelpunkt och därefter en punkt på cirkelns periferi.
- Prova att flytta hela cirkeln (genom att först markera cirkelns *periferi* () och därefter "dra" den). Prova även att ändra cirkelns storlek (genom att dra i cirkelns periferipunkt).

Spegelsymmetri

Konstruera spegelsymmetri

- Skapa **nytt fönster** genom att:
 - Klicka på de tre vågräta strecken uppe i högra hörnet och välj ”Arkiv” och därefter  .
 - Välj därefter ”Spara inte”

Tips! Naturligtvis går det att spara en GeoGebra-fil, antingen på egna datorn eller på ett (eget skapat) GeoGebra-konto.

- Ta bort koordinatsystem samt rutnät genom att:
 - Högerklicka någonstans i ritområdet och avmarkera:  Visa axlar .
 - Samt under fliken  Visa rutnät , markera: Inget rutnät .
- Konstruera en linje genom två punkter med verktyget  .
- Lägg in ytterligare en punkt (utanför linjen) med verktyget  .
- Spegla punkten i linjen med verktyget  . En spegelpunkt skapas.
 - Klicka på  .
 - Klicka därefter först på punkten och därefter på linjen, så att en spegelpunkt skapas.
- Ändra färg på någon av punkterna genom att först klicka på punkten (OBS! ).
Då visas uppe i högra hörnet följande:  (Eventuellt måste först  markeras)
Byt färg genom att klicka här  och välj färg!
- Sätt spår på punkterna genom att högerklicka på respektive punkt och markera ”Visa spår” .
- Rita en frihandsfigur genom att dra i punkten! (OBS! )
- Radera punkten (och dess spår). ”Ctrl + F” raderar spår.
- Konstruera en valfri polygon och spegla i linjen.
 - Klicka på  .
 - Välj antingen ”Polygon” eller ”Regelbunden polygon” (alla sidor och vinklar lika stora).
- Spegla polygonen i linjen med verktyget  .
 - Klicka på  .



- Klicka någonstans inuti polygonen och därefter på linjen, så att en spegling av polygonen skapas.
- Ändra på polygonen (genom att flytta på den eller dra i något hörn).
- Prova att flytta speglingslinjen (genom att dra i någon av punkterna som ligger på linjen).

Förslag på elevaktiviteter

Låt eleverna konstruera en valfri polygon i ett ritområde (rutat) och med en spegellinje.





Därefter får en annan elev i uppgift att försöka konstruera (med hjälp av polygonverktyget) en spegelbild till figuren (i spegellinjen).

Slutligen speglar man den ursprungliga figuren med spegelverktyget och undersöker om speglingen sammanfaller med den konstruerade polygonen.

Tips! För att öka svårigheten, kan här användas isometriskt rutnät genom att klicka på  och markera .


Ladda upp egna bilder

Så här laddar man upp bilder i GeoGebra:

- Klicka på verktyget  som finns under .
- Välj en "egen" bild från din dator eller hämta bild från Internet (måste sparas någonstans på din dator).
- Justera position och storlek på bilden (genom att dra i dess punkter i nedre hörnen).
- Lås fast bilden i Ritområdet genom att först klicka på bilden och därefter på  uppe i högra hörnet och slutligen på .









Undersöka och upptäcka spegelsymmetri

- Skapa nytt fönster (utan koordinataxlarna och rutnätet).
- Ladda upp valfri bild, gärna med någon symmetri (t.ex. blomma, fjäril).
- Högerklicka på bilden och välj "Inställningar". Markera därefter "Bakgrundsbild" (under fliken "Grundinställningar").
- Konstruera en (spegel)linje genom två punkter med verktyget .
 - Justera linjens placering (genom att dra i någon av punkterna) så att linjen blir en symmetrilinje.





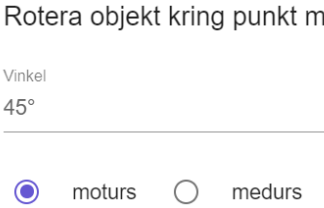
- Nu skall vi undersöka om figuren (på bilden) är symmetrisk:
 - Konstruera en punkt någonstans i Ritområdet.
 - Spegla punkten i symmetrilinjen.
 - Placera (den fria) punkten någonstans på figurens rand.
 - Byt gärna färg på någon av punkterna.
 - Sätt spår på punkterna!
 - Dra den (fria) punkten längsmed figurens rand.
 - Framträder en symmetrisk bild? Ja, då verkar vi ha hittat en symmetrilinje och kan konstatera att figuren är (spegel)symmetrisk.



Parallellförflyttning/Translation



- Skapa nytt fönster (utan koordinataxlarna och rutnätet).
- Konstruera en valfri polygon med verktyget .
- Skapa en vektor mellan 2 punkter:
 - Klicka på , som finns under .
 - Klicka därefter någonstans i Ritområdet för att markera första punkten, därefter någon annanstans för att markera andra punkten.
- Nu ska vi parallellförflytta polygonen enligt den vektor som vi skapat:
 - Klicka på , som finns under .
 - Klicka någonstans inuti polygonen och därefter på vektorn, så att en ny (parallellförflyttad) polygon skapas.
- Prova att flytta polygonen genom att ändra på vektorn (dra i någon av punkterna). OBS! Glöm ej att först markera .
- Prova att ändra på polygonen!

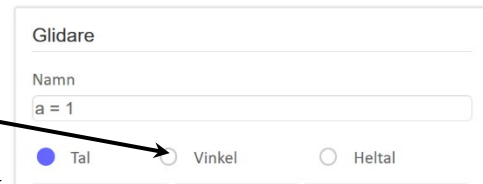
Rotationssymmetri

- Skapa nytt fönster (utan koordinataxlarna och rutnätet).
 - Konstruera en valfri polygon med verktyget .
 - Vi ska nu rotera polygonen, t.ex. 45 grader moturs.
 - Skapa en punkt  någonstans i ritområdet (lika med rotationscentrum).
- OBS!** Som rotationspunkt kan även någon av polygonens hörn väljas!
- Klicka på , som finns under .
 - Klicka först på polygonen och därefter på den fria punkten. Nu kommer följande fönster fram:
- 
- Välj vinkel (om du vill ha någon annan än den förinställda som är 45°) samt markera "moturs" eller "medurs".
- Prova att flytta på den fria punkten!
 - Prova att ändra på polygonen!





Ändra rotationsvinkeln med hjälp av en "glidare"

I GeoGebra finns ett kraftfullt verktyg för dynamisk visualisering, som kallas "glidare" (på engelska "slider"). Vi ska här undersöka hur detta verktyg kan användas för att enkelt ändra rotationsvinkeln.

- Skapa nytt fönster (utan koordinataxlarna och rutnätet).
- Klicka på verktyget  och därefter i Ritområdet där du vill placera glidaren. Nu visas följande ruta:
- Markera "Vinkel" här: 



OBS! Bokstavssymbolen för vinkeln är automatiskt en bokstav ur det grekiska alfabetet. Det går bra att ändra till en "vanlig" bokstav (t.ex. "v") om man vill

- Konstruera en polygon () samt en punkt ().
 - Klicka på , som finns under .
 - Klicka först på polygonen och därefter på den fria punkten.
 - I det nya fönstret skriver du in namnet på din "glidare" (t.ex. "v"), istället för det förinställda "45°".
- Prova att "dra" i glidaren så att vinkeln ändras!
 - Testa gärna "Animation": Högerklicka på glidaren och markera "Animation".

Tips! Man kan ändra animationen, t.ex. dess hastighet. Högerklicka på glidaren och välj ”Inställningar”. Under fliken ”Glidare” kan man nu ändra det förinställda värdet 1 till exempelvis 5 i fältet ”Animationshastighet”.

Vinklar i en triangel

Vi ska nu konstruera en triangel, mäta dess vinklar och beräkna vinkelsumman.

- Skapa nytt fönster (utan koordinataxlarna och rutnätet).
- Konstruera en triangel ()
- Mät triangelns vinklar med verktyget 

OBS! Ordningen man väljer att markera punkter eller linjer på har betydelse för vilken vinkel man får – undersök!



Tips! Antalet decimaler kan ändras under ”Inställningar” ().

- Beräkna triangelns vinkelsumma genom att addera vinklarna i inmatningsfältet: $\alpha + \beta + \gamma$
Notera nu att vinkelsumman finns i algebrafönstret:
$$\delta = \alpha + \beta + \gamma$$
$$= 180^\circ$$
- Dra i hörnen på triangeln och se hur de olika vinklarna ändras, samtidigt som vinkelsumman är konstant!








Area och omkrets

- Skapa nytt fönster *utan* koordinataxlar men *med* rutnät (högerklicka någonstans i Ritområdet och markera ”Rutnät”).

Tips! Det går att ändra inställningen på rutnätet så att färre linjer visas:




- Högerklicka någonstans i Ritområdet och välj  Ritområde ...
- Under fliken ”Rutnät”, vid ”Typ av rutnät”, välj ”Enbart första nivåns linjer”.
- Konstruera en rektangel med verktyget  .

Tips! Det finns möjlighet att välja att punkterna endast fäster i rutnätet:


- Klicka någonstans i Ritområdet och därefter på  uppe i högra hörnet (bakom ). Välj här ”Låst till rutnät”.
- Mät rektangelns sidor med verktyget  , som finns under  .
 - Klicka på en sida för att få dess längd utskrivet.
- Prova att flytta några hörn så att en ny rektangel bildas.
- För att få rektangelns omkrets, klicka på  och därefter inuti rektangeln.
- Prova återigen att flytta några hörn.
- Rektangelns area fås med verktyget  , som finns under  .
- Skapa en rektangel med stor omkrets men relativt liten area.

Area och omkrets hos trianglar med samma bas och höjd

Vi ska nu göra en konstruktion som kan vara användbar för att studera trianglar med samma area men olika omkrets.


- Skapa nytt fönster (utan koordinataxlarna och rutnätet).
- Konstruera en linje genom två punkter med verktyget .
- Lägg in ytterligare en punkt C (utanför linjen).
- Konstruera en ny linje, parallell med den förra, och som går genom C med verktyget  (som finns under .
- Lägg in en ny punkt (D) på den parallella linjen (den sist konstruerade linjen).
- Konstruera en triangel med punkterna A , B och D som hörn. Dölj gärna punkten C .
- Mät triangelns area respektive omkrets.
- Dra i punkten D och undersök hur dess läge påverkar omkrets och area!
 - Hur ska punkten D placeras för att omkretsen skall bli så liten som möjligt?
 - Vilken är den största omkrets vi kan få för en och samma area?

Likformighetsavbildning (skala)

- Skapa nytt fönster *utan* koordinatsystem och rutnät.
- Konstruera en valfri polygon (.

Vi ska nu avbilda polygonen i olika skalor (förminskning och förstoring).

För att undersöka hur skalfaktorn påverkar avbildningens utseende kan med fördel "glidare" användas.




- Skapa glidare som skalfaktor genom att:
 - Klicka på verktyget  och klicka därefter någonstans i Ritområdet.
 - Gör följande inställningar i det nya fönstret: Glidare
 - Byt namn till "Skalfaktor"
 - Ändra Min, Max samt steglängd enligt:

OBS! Som decimalkomma används punkt!

- Klicka därefter på: 

Namn		
Skalfaktor		
Tal <input checked="" type="radio"/> Vinkel <input type="radio"/> Heltal <input type="radio"/>		
Intervall	Glidare	Animation
Min	Max	Steglängd
0	3	0.5

Tips! Genom att peka på glidaren och hålla ned höger musknapp, kan glidaren flyttas omkring på skärmen.

- Skapa en ”fri” punkt någonstans i ritområdet med punktverktyget: .
- Klicka på:  (som finns under ). Klicka första på polygonen och därefter på den fria punkten.

Utvidga objekt från punkt med faktor

Skalfaktor

Skalfaktor

- Skriv in ”Skalfaktor” i det nya fönstret som visas: _____
- Dra i glidaren (Skalfaktorn) och undersök hur detta påverkar avbildningen.
- Flytta på den ”fria” punkten och undersök hur detta påverkar avbildningens position.

OBS! Glöm inte att första klicka på ”Flytta”: .

- Mät båda area () och omkrets () hos båda polygonerna.

Förslag på elevaktivitet







Låt eleverna mäta och jämföra omkrets och area hos en polygon och dess avbildning. Exempelvis kan de undersöka vad som händer med arean om omkretsen fördubblas (dvs om skalfaktorn är 2).

Koordinatsystem









Punkter och linjer

- Skapa nytt fönster *med* koordinataxlar samt rutnät.

OBS! Om inte Algebrafönstret syns, se till att visa detta genom att:

- Klicka på de tre vågräta strecken uppe i högra hörnet och välj  Visa samt markera  Algebrafönster.
- Flytta på koordinatsystemet genom att:
 - Klicka på  och därefter någonstans i Ritområdet och dra!
- Det går att ändra inställningen på rutnätet så att färre linjer visas genom att:
 - Högerklicka någonstans i Ritområdet och välj **Ritområde**.
 - Klicka på  Visa rutnät och välj därefter ”Enbart första nivåns linjer”.
- Lägg in en punkt i koordinatsystemet med hjälp av verktyget .
- Flytta punkten (**OBS!** klicka först på ) och studera hur punktens koordinater ändras i Algebrafönstret (till vänster).


Tips! Det finns möjlighet att välja att punkten endast fäster i rutnätet:

- Klicka någonstans i Ritområdet och därefter på  uppe i högra hörnet.
- Klicka därefter på  och välj ”Låst till rutnätet”.
- Undersök hur man kan ändra egenskaper hos punkten:
 - Markera punkten (genom att klicka på den). **OBS!** Klicka först på !
 - I övre högra hörnet visas nu: och välj färg!
 - Byt färg genom att klicka här  och välj färg!
 - Ändra form och storlek på punkten (bakom ).
 - Genom att markera  och därefter välja ”Namn och värde” eller ”Värde”, får man punktens koordinater utskrivna (även i Ritområdet).
- Ett annat sätt att lägga in punkter på är genom att skriva in punktens koordinater, t.ex. (1,2), i Inmatningsfältet till vänster. Gör detta!
- Konstruera en linje genom de båda punkterna med linjeverktyget .
- I Algebrafönstret syns nu linjens ekvation. Högerklicka på ekvationen och välj **Ekvation $y = kx + m$** .
- Flytta runt punkterna och studera hur linjens ekvation ändras i Algebrafönstret.



Linjära funktioner med glidare


Vi ska nu undersöka hur glidare kan användas för att studera hur grafen till den linjära funktionen $y = kx + m$ ändras för olika värden på parametrarna k och m .



- Öppna nytt fönster *med* koordinataxlar samt rutnät.
- Mata in $y = kx + m$ i Inmatningsfältet.

Notera hur 2 glidare automatiskt skapas i Algebrafönstret. Genom att klicka på  kan man få glidarna synliga även i Ritområdet.

Tips! Det är möjligt att ändra inställningarna på glidarna genom att:

- Klicka på  (till höger om respektive glidare) och välj ”Inställningar”
- I det nya fönstret till höger, välj ”Glidare”
- Ändra de förinställda värdena på ”Min” och ”Max” till önskade värden och fyll i önskad ”Steglängd”.
- Stäng det nya fönstret genom att klicka på  (i övre högra hörnet).

Tips! Med verktyget  flyttas hela koordinatsystemet. Flytta eventuellt koordinatsystemet, så att origo blir mer centrerat.

- Dra i glidarna (markera först ) och undersök hur de olika parametrarna k och m påverkar grafens utseende. Observera samtidigt hur det algebraiska uttrycket ändras i Algebrafönstret.
- Lägg in en punkt någonstans på linjen genom att:
 - Klicka på punktverktyget  och därefter någonstans på linjen.


OBS! se till att punkten ”fäster” vid linjen.

- Ändra så att punktens koordinater blir utskrivna bredvid punkten (se föregående sida).
- Dra punkten längs linjen och studera samtidigt hur punktens koordinater ändras.

Tips! När man studerar funktioner är det viktigt att kunna justera skalan på koordinataxlarna. Detta kan göras genom att:

- Klicka på  och zooma in/ut genom att scrolla.

Ibland är det önskvärt att endast ändra skalan på en utav axlarna. Detta görs genom att:

- Klicka på  och ”dra” därefter i axeln.

Tips! Formeln (som finns i Algebrafönstret) kan enkelt flyttas in i koordinatsystemet genom att klicka på den och ”dra” den in i Ritområdet.