

Digitala verktyg för att stötta ingenjörstudenter matematiska tänkande

Yosief Wondmagegne, Mats Brunström, Maria Fahlgren och Mirela Vinerean, *Karlstads universitet*

Sammanfattning—För att stötta ingenjörstudenter i deras inledande matematikkurser har vi introducerat datorbaserade gruppaktiviteter där studenterna uppmuntras att tillsammans arbeta undersökande för en ökad matematisk förståelse. I ett pågående projekt undersöker vi möjligheten att integrera dessa undersökande aktiviteter i ett automatiskt bedömningssystem, dels för att avlasta lärarna i deras rättningsarbete men främst för att utveckla nya innovativa sätt att utforma uppgifter som (automatiskt) genererar direkt och anpassad återkoppling till studenter.

Nyckelord—matematik, dynamiska matematikprogram, automatiskt bedömningssystem.

I. INTRODUKTION

MATEMATIK är oftast det första ämne ingenjörstudenter möter då de påbörjar sina universitetsstudier. Övergången från gymnasiet matematik till universitetsmatematiken innebär en stor utmaning för många studenter, både i Sverige och internationellt. Studentgrupperna är stora och heterogena samtidigt som många studenter saknar lämplig studieteknik. För att stötta studenter har idag många universitet infört kontinuerliga inlämningsuppgifter där studenter erbjuds återkoppling under kursens gång. Detta har blivit allt vanligare tack vare en intensiv utveckling av digitala lösningar i form av automatiskt bedömningssystem, där studenter får direkt återkoppling. En identifierad risk med denna typ av inlämningsuppgifter är dock att det blir ett allt för stort fokus på proceduruppgifter då de är enkla att automatiskt lösa. Dessutom är den återkoppling som ges ofta begränsad till om svaret är rätt eller fel, ibland med det korrekta svaret som tillägg. På det här viset erbjuds inte studenter återkoppling som kan fungera formativt. För att återkopplingen skall vara effektiv, och därmed stötta studenters lärande, visar forskning att den även måste innehålla någon form av ytterligare information till studenten.

II. PÅBÖRJAT PROJEKT

Hösten 2021 påbörjades ett projekt med fokus på design av digitala lärandemiljöer i form av utforskande aktiviteter med anpassad automatgenererad formativ återkoppling. För att möjliggöra detta kommer vi att kombinera ett automatiskt bedömningssystem med ett dynamiskt matematikprogram. Den senare typen av digitalt verktyg ger möjligheter till undersökande arbetssätt, där studenter själva kan upptäcka och testa olika matematiska samband, något som forskning visar är

gynnsamt för lärandet. Även om interaktionen med programmet resulterar i direkt visuell återkoppling, så måste denna tolkas och förstås för att den skall fungera formativt. Genom att kombinera denna typ av matematikprogram med ett automatiskt bedömningssystem kan studenterna stötta med ytterligare återkoppling. Detta kräver dock noggrant genomtänkta uppgifter och väl utarbetad återkoppling baserad på studentens respons. Även om det finns mycket forskning kring båda dessa digitala verktyg var för sig, är det få studier med fokus på en kombination av dem.

III. PILOTSTUDIE

Under hösten 2020 genomfördes en pilotstudie med 256 förstaårsstudenter på civilingenjörsprogrammen. Som en del av examinationen ingick två datorbaserade gruppaktiviteter där det dynamiska matematikprogrammet GeoGebra integrerades med det automatiskt bedömningssystemet Möbius. Aktiviteterna bestod av olika typer av uppgifter med fokus på studenternas förståelse för olika matematiska funktioner. För att uppmuntra studenterna att samarbeta, delades de in i små grupper. I aktiviteterna ingick dels uppgifter där gruppen gemensamt formulerade sina slutsatser och dels uppgifter som endast krävde korta svar där olika siffervärden slumpades fram till varje enskild gruppmedlem (för att säkerställa aktivt deltagande från samtliga studenter).

Det primära syftet med pilotstudien var att testa olika typer av uppgifter i denna "nya" miljö samt att få en djupare förståelse för studenters olika lösningstrategier när de utför dessa uppgifter. Huvudsakligen testades tre typer av uppgifter:

- Exempelgenererande uppgifter.* I dessa uppgifter ska studenterna ge exempel på funktioner som uppfyller specifika villkor. I denna typ av uppgifter var en designprincip att be studenterna att ge två exempel för att uppmuntra dem att reflektera över vad som är möjligt att variera utan att påverka de givna villkoren. En annan designprincip var att uppmuntra dem att använda GeoGebra för att verifiera sina förslag till lösningar innan de skickade in dem som svar i Möbius.
- Från graf till formel.* I motsats till traditionella uppgifter där det gäller att skissa grafen till en given funktion, ombeds här studenterna att bestämma en funktionsformel utifrån en given graf. Forskning visar att detta är en större utmaning som kräver en annan typ av förståelse. Även här uppmuntrades studenterna att använda GeoGebra som verifieringsverktyg.
- Utforskande aktiviteter.* Här uppmans studenterna att använda GeoGebra för att undersöka olika matematiska

samband, formulera och testa hypoteser. För att uppmuntra kommunikation och resonemang, ombeds studenterna att gemensamt beskriva och ibland även förklara sina slutsatser.

Genom arbetet med de datorbaserade gruppaktiviteterna erbjuds studenterna återkoppling på flera olika sätt. Förutom den direkta återkopplingen från GeoGebra fick studenterna återkoppling i form av lösningsförslag i efterhand via Möbius. Eftersom aktiviteterna genomfördes i grupp utgjorde gruppens diskussioner en form av återkoppling. Slutligen, fick studenterna även återkoppling vid ett muntligt examinationstillfälle i slutet av kursen där de gruppgemensamma svaren diskuterades.

Pilotstudien genererade två typer av data. Dels studenternas svar på uppgifterna (i Möbius) och dels deras svar på en enkät med frågor kring deras övergripande uppfattning om de datorbaserade aktiviteterna. Enkätsvaren indikerar att studenterna tyckte att uppgifterna var lärorika och att återkopplingen från GeoGebra var användbar. Däremot utnyttjades den fördröjda återkopplingen (i form av lösningsförslag) i Möbius i mycket mindre grad. Detta resultat visar på vikten av att utforma direkt och anpassad (automatisk) återkoppling, vilket är fokuset på det påbörjade projektet.

IV. DISKUSSION

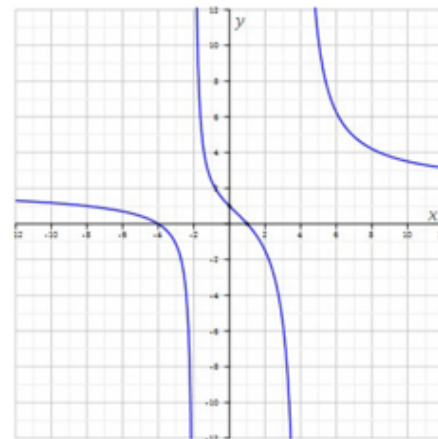
Pilotstudien gav oss värdefull information om studenters olika lösningsstrategier, vilket i sin tur kommer att guida vårt fortsatta arbete med att utveckla återkoppling anpassad utifrån olika strategier. Vi illustrerar detta med ett exempel där studenterna (i grupp) utifrån en given graf skulle konstruera en funktionsformel samt förklara hur de kom fram till formeln (. 1).

Vi analyserade studentresponserna till denna uppgift och jämförde med våra antaganden kring hur studenterna skulle genomföra uppgiften. Vi förväntade oss att studenterna först skulle inse att det måste vara en rationell funktion med en horisontell och två vertikala asymptoter, och sedan använda de vertikala asymptoterna för att konstruera nämnaren (i faktorerad form) och den horisontella asymptoten för att dra slutsatsen att täljaren måste vara ett polynom av grad två med koefficienten 2 framför x^2 -termen. Slutligen antog vi att de skulle inse att de kunde använda nollställena eller två andra punkter för att färdigställa den sökta funktionsformeln. Analysen visade att nästan alla studenter insåg att det måste vara en rationell funktion och de använde också de vertikala asymptoterna för att konstruera nämnaren, dvs. vad vi förväntat oss. Däremot visade analysen att nästan hälften av studenterna inte använde den horisontella asymptoten. Istället använde de flesta de båda nollställena samt ytterligare en punkt, t.ex. (0,1) för att konstruera täljaren. Detta fick oss att diskutera olika alternativ för att utforma uppgiften.

En möjlig revidering av uppgiften är att istället för att be om en förklaring, be studenterna att välja de förklaringsmoment som de använt för att komma fram till funktionsformeln (bland flera olika alternativ). Beroende på deras svar kommer de att få olika feedback. Om de till exempel inte har använt den horisontella asymptoten kommer de att bli ombedda att lösa en

ny uppgift där de ombeds använda den horisontella asymptoten. Detta är ett exempel på hur vi använt oss av information från pilotstudien. Förutom att vi upptäckte att relativt många studenter inte använt sig utav den horisontella asymptoten för att ta fram funktionsformeln, fick vi även information om vilka förklaringsmoment studenterna använt. Detta gjorde det möjligt att formulera rimliga svarsalternativ för dem att välja bland, vid utformningen av en ny innovativ typ av uppgift i Möbius, vilken genererar anpassad återkoppling till studenterna.

Nedan visas grafen till funktionen g .



- a) Använd grafen för att bestämma funktionsformeln. Testa i GeoGebra om ni har kommit fram till rätt formel innan ni matar in den som svar på uppgiften.

Gruppgemensamt svar:

$g(x) =$

- a) Förklara hur ni använde figuren för att komma fram till funktionsformeln.

Gruppgemensamt svar:

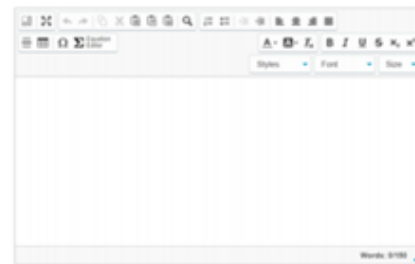


Fig. 1. Exempel på från-graf-till-formel uppgift (från pilotstudien) som den presenterades i Möbius.

REFERENSER

- Leinhardt, G., Zaslavsky, O., & Stein, M. K. (1990). Functions, graphs, and graphing: Tasks, learning, and teaching. *Review of educational research*, 60(1), 1-64.
- Luz, Y., & Yerushalmy, M. (2019). Students' conceptions through the lens of a dynamic online geometry assessment platform. *The Journal of Mathematical Behavior*, 54, 100682.

8:e Utvecklingskonferensen för Sveriges ingenjörsutbildningar, Karlstads universitet,
24 november – 25 november 2021

- Rønning, F. (2017). Influence of computer-aided assessment on ways of working with mathematics. *Teaching Mathematics and its Applications*, 36(2), 94-107.
- Sangwin, C. (2013). *Computer aided assessment of mathematics*. Oxford University Press.