



Fakulteten för hälsa- natur och teknikvetenskap

## Forskarutbildningskurs

### **Beslut om inrättande av kursen**

Kursplanen är fastställd av fakultetsnämnden vid Fakulteten för hälsa, natur- och teknikvetenskap 2013-04-26 (Dnr HNT 2013/22), att gälla från och med vt13.

### **KOD**

2FYS014

### **Forskarutbildningsämne/område**

Fysik

### **Kursbenämning (svenska och engelska)**

Liegrupper och Liealgebror

Lie groups and Lie algebras

### **Högskolepoäng**

7,5 hp/ECTS

### **Undervisningspråk**

Undervisning sker på svenska eller engelska.

### **Utbildningsnivå**

Forskarnivå

### **Målgrupp och behörighetskrav**

Behörighetskrav är att doktoranden är registrerad på en forskarutbildning i fysik eller matematik, eller lägst har en magisterexamen i fysik eller matematik eller motsvarade.

### **Kursens mål**

Kursen syftar till att de studerande skall tillägna sig kunskaper (såväl grundläggande som fördjupade) om Liegrupper, Liealgebror samt relaterade matematiska strukturer och metoder, som förekommer t ex i beskrivningen av symmetrier inom fysiken.

Efter genomgången kurs skall doktoranden kunna

- identifiera kontinuerliga symmetrier i mekaniska, kvantmekaniska och kvantfältteoretiska system och beskriva dem med hjälp av de relevanta matematiska strukturerna

- definiera begreppen Liegrupp, Liealgebra, enkel Liealgebra, Kac-Moodyalgebra, representation, modul, högstviktsmodul, omslutande algebra m.m.
- detaljerat redogöra för centrala aspekter av strukturteorin och representationsteorin för Liealgebror, såsom nilpotens, lösbarhet, halvenkelhet, irreducibla representationer, Vermamoduler, duala representationer, tensorprodukt, rot- och viktsdiagram, Killing-formen, Cartan-Weyl-basen m.m.
- beskriva konstruktionen av affina Liealgebror genom loopalgebror och central utvidgning
- beskriva klassificeringen av ändligtdimensionella representationer av komplexa halvenkla Liealgebror, samt beräkna deras karaktärer genom Weyls karaktärsformel
- redogöra för relationer mellan Liegrupper och Liealgebror
- återge klassificeringen av ändligtdimensionella komplexa enkla Liealgebror och av affina Liealgebror samt sammanfatta de viktigaste stegen i beviset av klassificeringen
- förklara sammanhangen mellan reella och komplexa halvenkla Liealgebror
- använda datorprogram för att genomföra beräkningar för komplexa enkla Liealgebror och deras representationer

### **Kursens huvudsakliga innehåll**

Undervisningen sker i form av föreläsningar, räkneövningar, fördjupningsarbeten såväl individuella som i mindre grupper, samt litteraturstudier.

Följande teman behandlas:

- definition av samt struktur- och representationsteori för ändligtdimensionella Liegrupper och Liealgebror samt Kac-Moodyalgebror
- klassificeringen av ändligtdimensionella komplexa enkla Liealgebror och av affina Liealgebror, Cartan-Weyl-basen, rötter och enkla rötter, Chevalley-basen
- Weylgruppen och rotsystem, rot- och viktdiagram; omslutande algebran och Verma-moduler, irreducibla högstviktsmoduler, Weyl- och Weyl-Kac-karaktärsformler
- duala representationer, tensorprodukt av representationer, Racah-Speiser-algoritmen för reduktion av tensorprodukter
- Liegrupper, relationer mellan Liegrupper och Liealgebror, Maurer-Cartan-teori
- Reella halvenkla Liealgebror

### **Kurslitteratur och övriga läromedel**

Se separat dokument

**Examination**

Examination sker i form av inlämningsuppgifter, skriftlig och muntlig presentation av fördjupningsarbeten samt muntlig tentamen.

**Kursintyg**

Kursintyg erhålls på begäran av studenten.

**Kvalitetsuppföljning**

Kursledningen ska främja en kontinuerlig dialog om lärandeprocesser och måluppfyllande. En skriftlig utvärdering genomförs vid kursavslutningen i kombination med en gemensam diskussion av studenter och lärares erfarenheter kring varje aspekt som kan framkomma. Kursvärderingen sammanställs av utförandeansvarig institution i enlighet med fakultetens kvalitetsarbete och tillställs Fakultetsnämnden senast terminen efter genomförd kurs.

**Betyg**

Kursen bedöms enligt betygsskalan underkänd (U) eller godkänd (G).

**Övrigt**

## Litteraturlista

**Kursbenämning: Liegrupper och Liealgebror, 2FYS014, 7,5 högskolepoäng/ECTS (forskarnivå)**

J. Fuchs and C. Schweigert: *Symmetries, Lie Algebras and Representations*, Cambridge University Press, ISBN 9780521541190

### Referenslitteratur:

P. Cvitanovic: *Group Theory - Classics Illustrated*, <http://www.cns.gatech.edu/GroupTheory>