

Klassrumsdiskussioner utifrån elevers tankar – kan digital teknik stötta?

Matematikbiennalen 2020
Växjö, 16-17 januari

Mats Brunström och Maria Fahlgren



Innehåll

- Bakgrund
- 'Connected Classroom Technology'
- Studiens kontext
- Teoretisk inramning
- Lektionsplaneringen
- Några resultat och reflektioner



Bakgrund

Våren 2017 genomförde vi en liten studie baserad på en datorbaserad elevaktivitet som vi utvecklat tillsammans med lärare.

Syftet med studien var att undersöka om ordet 'matematisk' har någon inverkan på elevers förklaringar till observationer av matematiska samband erhållna med ett dynamiskt matematikprogram.

Fahlgren & Brunström (2018) *How the word 'mathematical' influences students' responses to explanation tasks in a dynamic mathematics software environment*



$$f(x) = ax^2 + bx + c$$

1. a) Undersök, genom att dra glidare c , hur värdet på c påverkar grafen. Beskriv med egna ord.

- b) Värdet på konstanten c kan avläsas i koordinatsystemet. *Hur?*

- c) Förklara *varför!* Ge en matematisk förklaring till *varför* värdet på c kan avläsas på detta sätt.



Om man löser ut c från formeln, så får man resultatet att c är lika med värdet minus linjen och kurvan, vilket motsvarar m -värdet.

c är den enda termen i formeln som inte har faktorn x . så om x är lika med 0 blir det bara c värdet kvar.

$$ax^2 + bx + c = y \quad (\text{om } x=0)$$

$$a \cdot 0^2 + b \cdot 0 + c = y$$

$$c = y$$

$$y = kx + m$$

Eftersom $x=0$ när grafen skär y -axeln/viker betyder att ax^2 och $bx = 0$ och $y=c$

$$f(x) = \underbrace{ax^2 + bx}_{y} + \underbrace{c}_m$$

$$y = kx + m$$

$$\overline{kx + c = kx + m}$$

$$-kx \quad -kx$$

$$c = m$$

$$x = 0 \rightarrow y = m$$

För att när vi rör på guldren är det grafens position på y -axeln som ändras

En funktion $f(x) = ax^2 + bx + c$ kan skrivas på ekvationen $y = ax^2 + bx + c$. Om $x=0$ är $y=c$. $x=0$ på y -axeln. $y=c$, alltså är där grafen skär y -axeln

$$f(x) = ax^2 + bx + c$$

$$a=1 \quad b=2 \quad x=-3$$

$$f(-3) = 1 \cdot (-3)^2 + 2 \cdot (-3) + c$$

$$f(-3) = 9 - 6 + c$$

$$f(-3) = 3 + c$$

$$f(3) = y$$

$$y = 3 + c$$

$$+3 = c$$

- När vi presenterade studiens resultatet för lärarna blev det uppenbart att lärarna ”missat” många intressanta elevsvar under lektionens gång.
- Skulle tekniken kunna stötta lärarna i att få syn på elevernas tankar (under lektionen), så att dessa kan ligga till grund för en helklassdiskussion?
- Litteraturstudier ledde oss till följande ’begrepp’...



Connected Classroom Technology (CCT)

”... a networked system of personal computers or handheld devices specifically designed to be used in a classroom for interactive teaching and learning.” (Irving, 2006, p.16)

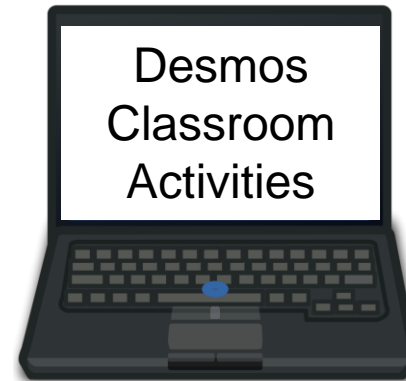


Studie 2019

- 4 lärare (med gymnasieklasser, N/T)
- Datorbaserad elevaktivitet (andragradsfunktioner)
- CCT: *Desmos Classroom Activity*
- Lektionen (som designades)
 - Gemensam introduktion
 - Parvisarbete med datorbaserad aktivitet
 - Helklassdiskussion



Parvis arbete med aktiviteten



 Ställ in glidare a på värdet 1 och glidare b på värdet 0.

1. a) Undersök, genom att dra glidare c , vad som händer med grafen då värdet på c ändras.

Ställ in nya värden på glidarna a och b och undersök om ditt resultat fortfarande verkar gälla.

Beskriv med egna ord vad som händer med grafen då värdet på c ändras.

- b) Värdet på konstanten c kan avläsas i koordinatsystemet. *Hur?*

- c) Ge en matematisk förklaring till varför värdet på c kan avläsas på detta sätt.



Uppgift 1a

* Ställ in glidare a på värdet 1 och glidare b på värdet 0.

Undersök, genom att dra i glidare c , vad som händer med grafen då värdet på c ändras.

Ställ in nya värden på glidarna a och b och undersök om ditt resultat fortfarande verkar gälla.

Beskriv med egna ord vad som händer med grafen då värdet på c ändras.

Submit





Uppgift 1b

Värdet på konstanten c kan avläsas i koordinatsystemet. Hur?

Submit



Uppgift 1c

Ge en matematisk förklaring till varför värdet på c kan avläsas på detta sätt.

Submit



Fem undervisningspraktiker i matematik

1. **Förutse** vilka strategier eleverna kommer att använda för att lösa ett matematiskt problem
2. **Överblicka** och notera hur eleverna resonerar och arbetar med problemet under lektionen
3. **Välja ut** de arbeten som lämpar sig att presentera och diskutera i klassen
4. **Ordna** presentationerna så att de på bästa sätt fördjupar elevernas förståelse
5. **Koppla ihop** olika strategier och idéer för att hjälpa eleverna att förstå de matematiska sambanden

(Smith & Stein, s. 22)



Förutse

För att förutse vilka strategier eleverna kommer att använda använde vi resultatet från studien 2017 (8 klasser, 229 elever):

Code	Explanation element
A	$x = 0$ gives $y = c$
B	c can be found where the graph intersects the y -axis (i.e. repeats the answer to the previous subtask)
C	Comparing with the standard linear equation, $y = kx + m$
D	c behaves like/corresponds to m
E	c is the constant term
F	c is independent of x
G	c is independent of a and/or b
H	solves for c
I	Providing example
J	Referring to the DMS feedback

Class	B (only)	I/J	C/D	E/F	A	Total
1	3	8	12	1	3	27
2	5	3	13	2	1	24
3	2	8	5	6	4	25
4	1	1	18	3	3	26
5	0	5	7	6	6	24
6	4	3	12	3	2	24
7	2	5	17	5	0	29
8	2	2	13	12	2	31
Total	19 (9%)	35 (17%)	97 (46%)	38 (18%)	21 (10%)	210

Hey, students!

Go to student.desmos.com
and type in:

9ZD K9Q



You can also share this link with your students:

<https://student.desmos.com/?prepopulateCode=9ZDK9Q>

Parvis arbete med aktiviteten

- Under tiden som eleverna arbetar med aktiviteten följer läraren arbetet i klassen via "view Dashboard" (klickbart) på olika sätt:
 - Fliken "Summary" (i övre högra hörnet) ger en överblick hur långt varje elevpar kommit. ●
 - Genom att klicka på en specifik uppgift, ges en överblick över samtliga inlämnade elevsvar på just den uppgiften. ●
- Klicka på "Uppgift 1c" (ruta nr 3) för att ta del av elevsvaren på just denna uppgift.
- Identifiera och välj ut ett eller två lämpliga elevsvar för de olika kategorierna:

- (a) Upprepning av uppgift 1b), dvs. endast skriver att det är där den **skär y-axeln**
- (b) Ger **exempel** (t.ex. "då $c=3$ skär den y-axeln i 3" eller hänvisning till GeoGebra)
- (c) Jämför med **räta linjen**, t.ex. " c motsvara m "
- (d) Anger att " c är oberoende av x " eller att " c är den konstanta termen"
- (e) $x = 0$ ger $y = c$

- Klicka på  för att välja elevsvar
 - Skall svaren anonymiseras? Detta kan göras genom att markera  (i övre vänstra hörnet)
- Då alla val är gjorda, gå till fliken "Snapshots" (i övre högra hörnet)
- Ordna, genom att dra de elevsvar som skall presenteras först (a) till Presentationsflik 1, de elevsvar som kommer näst på tur (b) till Presentationsflik 2 osv. ●



Överblicka

Välja ut

Ordna

Helklassdiskussion

Då samtliga elevpar har kommit fram till STOPP-skylden är det dags att bryta för en helklassdiskussion.

- Samla alla elever på Uppgift 1c genom att markera  (i övre vänstra hörnet) och markera Uppgift 1c (ruta 3).
- Visa valda elevsvar i helklass (via "projektor")
 - gå till fliken "Snapshots" (i övre högra hörnet) och klicka därefter på den översta 
 - Nu visas, i tur och ordning, elevsvar från de olika kategorierna.
- Lämpliga frågor att diskutera i samband med att de olika kategorierna presenteras
 - (a)** Vad är skillnaden mellan uppgift 1b och 1c? (dvs. vad är skillnaden mellan att beskriva och förklara?)
 - (b)** Kan man använda exempel som en förklaring? Räcker det att hänvisa till GeoGebra (som en matematisk förklaring)?
 - (c)** Vad har m i $f(x) = kx + m$ och c i $f(x) = ax^2 + bx + c$ gemensamt?

Denna diskussion kan leda till en naturlig övergång till nästa kategori.
 - (d)** Detta stämmer alldeles utmärkt! Frågan är om vi kan stärka vår förklaring ytterligare, dvs. Varför betyder detta att grafen skär y -axeln då $y = c$?
 - (e)** Denna diskussion bör leda fram till att detta ($x = 0$ ger $y = c$) är en tydlig matematisk förklaring.

Koppla ihop

Några resultat och reflektioner

Spridningen i klassrummet

Tiden från första paret klara till helklassdiskussionen startade var 24 min, 24 min, respektive 26 min

Didaktisk variabel:

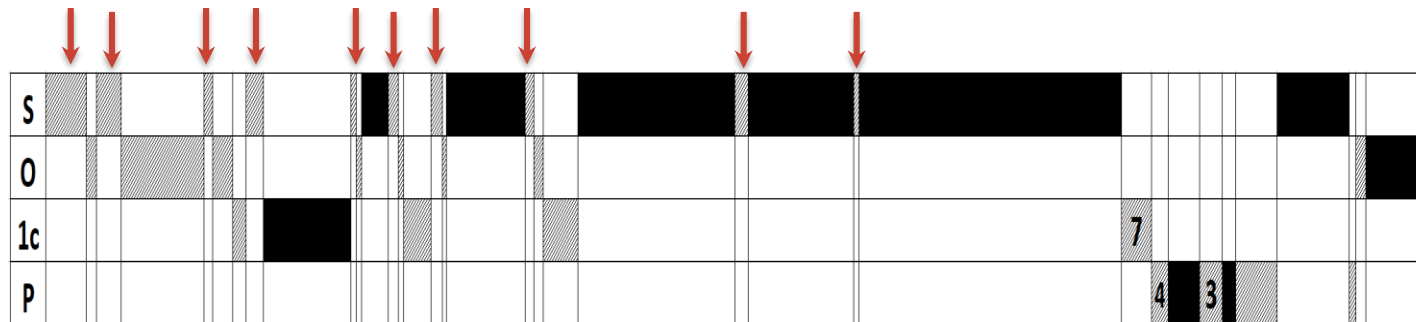
När ska man bryta för helklassdiskussion?

- Alla klara med alla uppgifter?
- Alla klara med aktuell uppgift?
- När förväntade elevkategorier har kommit in?

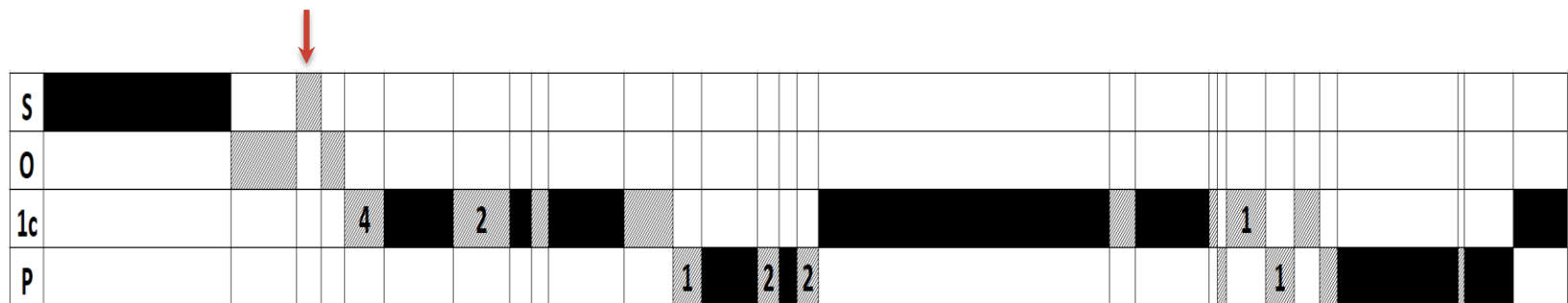


Överblicka - Välja ut - Ordna

Lärare C



Lärare D



Didaktiska variabler:

När ska man påbörja urvalet?

- När första förväntade elevkategori har kommit in
- När alla elever har svarat på en specifik uppgift
- När alla förväntade elevkategorier har kommit in
- ...

När skall man påbörja presentationsförberedelsen?

- Så snart som ett elevsvar har valts ut
- När urvalsprocessen är avslutad
- ...



Kat.	A	B	C	D
(a)	2	1	2	1
(b)	0	0	0	0
(c)	4	1	4	4
(d)	1	1	2	2
(e)	1	1	0	1
Övr.	6	6	6	6

- Många elevsvar var svåra att kategorisera
- Samtliga lärare följer (med något enstaka undantag) den föreslagna presentationsordningen
- 2 lärare utnyttjar möjligheten att visa fler än ett elevsvar samtidigt

Didaktiska variabler:

- Skall flera elevsvar (ur samma kategori) visas samtidigt?
- Skall några kategorier visas samtidigt?
- Saknas någon (viktig) kategori som behöver läggas till?



Helklassdiskussionen

Det var inte enkelt att utgå från de föreslagna frågorna.
Hur kan tekniken stötta ytterligare?

Ett sätt (vilket är möjligt i Desmos) är att förbereda presentationen genom att

- Lägga in de föreslagna frågorna (till varje kategori) i respektive presentation
- Lägga in typiska elevsvar från varje kategori (som kan tas bort om de inte behövs)



Tidsaspekten

- Generellt, är det viktigt att förklara nya begrepp som ev introduceras i uppgiften. Detta leder till att tid frigörs för läraren att förbereda helklassdiskussionen. (max/min)
- Färdig applet eller egna konstruktioner? Om egna konstruktioner, skall läraren ha en gemensam genomgång, eller skall instruktionerna ges skriftlig, så att läraren ska fokusera på att hjälpa de som behöver hjälp under lektionens gång?
- Omfattning, antalet uppgifter. Troligtvis var aktiviteten så pass lång att den av de flesta uppfattades som att den omfattade hela lektionen (eftersom många slutade arbeta då de var klara med aktiviteten)



Dags att testa Desmos!



Tack för oss!

